

Reševanje poenostavljenega problema Cassini 1 v zveznem iskalnem okolju z razširitvijo v zvezno-diskretno iskalno okolje

Nataša Ošep Ferš, Aleš Zamuda

Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija

E-pošta: natasa.osep@um.si, ales.zamuda@um.si

Povzetek. V članku prikazujemo reševanje poenostavljenega problema Evropske vesoljske agencije (ESA) Cassini1 v zveznem in zvezno-diskretnem iskalnem okolju. Model Cassini_1 najprej poenostavimo z zmanjšanjem števila vhodnih spremenljivk, nato ga razširimo z diskretno spremenljivko. Pokažemo, da je uspešnost reševanja mešanih, zvezno-diskretnih modelov glede na majhne spremembe diskretnega iskalnega okolja v primerjavi z uspešnostjo reševanja zveznih modelov, drugačna. Proučujemo vpliv izbire poljubnega planeta izmed petih planetov našega Osončja na uspešnost reševanja tega enokriterijskega zveznega primerjalnega modela. Pri tem uspešnost reševanja težave merimo s številom ocenitev, potrebnim za doseg rešitve. Zaustavitveni pogoj je čas 3.600 sekund.

Ključne besede: Cassini_1, Cassini_1', zvezno iskanje, zvezno-diskretno iskanje, MINLP, GTOPX

Solving the Simplified Cassini 1 Problem in a Continuous Search Environment with Extension to a Continuous-Discrete Search Environment

In this article, we present the solution to the simplified problem of the European Space Agency's (ESA) Cassini1 in both a continuous and a continuous-discrete search environment. The Cassini_1 model is initially simplified by reducing the number of input variables, and then it is expanded with a discrete variable. The resulting model is referred to as Cassini_1'. Our contribution lies in the performance comparison results of solving the Cassini 1' problem in a continuous and mixed, continuous-discrete search environment. We demonstrate that the performance of solving mixed continuous-discrete models differs concerning small changes in the discrete search environment compared to the performance of solving continuous models. Thus, we investigate the impact of choosing any planet among the five planets in our solar system on the success of solving this single-criteria continuous comparative model. In this context, the success of solving the problem is measured by the number of evaluations. Stopping criteria is a time of 3.600 seconds.

1 UVOD

Na svetovnem spletu obstaja veliko različnih platform za ocenjevanje/primerjanje uspešnosti optimizacijskih algoritmov. To so npr. COCO [1], Nevergrad [2], GTOPX [3] in IOHprofiler [4]. V tem članku se osredotočimo na primerjalne modele vesoljskih misij, vključenih v knjižnico GTOPX [3] (angl. Global Trajectory Optimization Problems with eXtension):

Cassini_1, Cassini_2, Messenger (skrčeni), Messenger (polni), GTOC1, Rosetta, Sagas, Cassini_1 – MINLP, Cassini_1 – MO in Cassini_1 – MO – MINLP, predvsem model Cassini_1. Pri tem nas bolj kakor optimizacijski algoritmi za posamezni problem zanima obnašanje novega modela Cassini_1' v zveznem in zvezno-diskretnem iskalnem okolju Cassini_1' – MINLP. Natančneje, podajamo rezultate raziskav, kako hitro (s kolikšnim številom ocenitev), če sploh, z določenim algoritmom najdemo optimalno rešitev v različnih iskalnih okoljih.

Cassini_1 modelira poenostavljeno medplanetarno vesoljsko tirnico od Zemlje do Saturna. Pri tem je zaporedje planetov določeno: Zemlja–Venera–Venera–Zemlja–Jupiter–Saturn [3].

V tem članku bomo raziskali, kakšna je uspešnost reševanja tega enokriterijskega optimizacijskega problema, če to zaporedje ni določeno v celoti. Izbira vmesnih planetov tirnice v našem novem modelu Cassini_1' je poljubna, določena sta le začetni planet – Zemlja in končni planet – Saturn. V Cassini_1' – MINLP je zaporedje sestavljeno iz treh planetov, zato imamo en sam vmesni planet, ki pa je lahko katerikoli planet izmed petih določenih planetov našega Osončja.

Namesto zveznega iskalnega okolja v modelu Cassini_1' bomo optimalno rešitev zaporedja planetov iskali v mešanem, zvezno-diskretnem okolju. Model Cassini_1' – MINLP bomo dobili z razširitvijo zveznega iskalnega okolja na diskretno (celoštevilsko) spremenljivko, ki predstavlja izbiro vmesnega planeta tirnice. Razširitev zvezne formulacije s to spremenljivko poveča iskalni prostor, kar hkrati poveča tudi množico možnih tirnic.

Prejet 3. julij, 2025
Odobren 19. september, 2025



Avtorske pravice: © 2025
Creative Commons Attribution 4.0
International License

Na temo vesoljskih tirnic obstaja več tekmovanj, med drugim je tematika vključena tudi v konferenco The Genetic and Evolutionary Computation Conference [5].

V naslednjem razdelku so opisana sorodna dela. Zatem je v razdelku 3 definirana metoda dela, katere rezultati so predstavljeni v razdelku 4. V zadnjem, 5. razdelku, so povzeti zaključki te raziskave, podane so tudi smernice za nadaljnje delo.

2 SORODNA DELA

Pri načrtovanju vesoljskih misij se zaradi velike kompleksnosti modelirnih sistemov pojavljajo neskladnosti in razhajanja med modelom in resničnim delovanjem v naravi [6]. Eden izmed načinov, kako se temu izogniti, je priprava čim boljšega optimizacijskega pristopa, ki omogoča hitri odziv in popravljanje napak [7].

Cassini 1 [8] je problem MGA (angl. Multiple Gravity Assist), ki je povezan z oblikovanjem tirnice vesoljskega plovila Cassini. Cilj te misije je doseči Saturn in se s svojo gravitacijo ujeti v orbito z določenim polmerom pericentra $r_p = 108.950$ km in določeno ekscentričnostjo $e = 0,98$. V modelu Cassini_1 je implementirana poenostavljena medplanetarna vesoljska tirnica od Zemlje do Saturna. Pri tem se uporabijo gravitacije planetov Merkur, Merkur, Zemlja in Jupiter.

V delu [9] avtorji predstavijo mešano, zvezno-diskretno razširitev zveznega iskalnega okolja za vesoljsko misijo Cassini 1, ki jo je objavila ESA (angl. European Space Agency), na povezavi [8]. Esina formulacija primera Cassini 1 s šestimi zveznimi spremenljivkami je v [9] razširjena z dodatnimi štirimi diskretnimi spremenljivkami. Te diskretne spremenljivke predstavljajo izbiro planetov, pri katerih se uporabi gravitacija. Nato avtorji v prispevku [9] ocenijo uspešnost reševanja te mešane, zvezno-diskretne formulacije in rezultate primerjajo z uspešnostjo reševanja zvezne formulacije, ki jo je objavila ESA. V [9] avtorji navajajo, da se težavnost reševanja mešanih, zvezno-diskretnih primerov glede na majhne spremembe diskretnega iskalnega okolja lahko bistveno razlikuje. V primerjavi z nelinearnim programiranjem – NLP (angl. Nonlinear Programming) takšne mešane, zvezno-diskretne – MINLP (angl. Mixed - Integer Nonlinear Programming) formulacije povečajo število ocenitev, potrebnih za doseg rešitve problema za 3- do 130-krat.

Splošna matematična formula za multikriterijske optimizacijske probleme MINLP je naslednja:

Minimaliziraj

$$f_i(\vec{x}, \vec{y})(x \in R^{n_{con}}, y \in N^{n_{int}}, n_{con}, n_{int} \in N) \quad (1)$$

pri čemer je:

$$g_i(x, y) = 0, i = 1, 2, 3, \dots, m_e \in N \quad (2)$$

$$g_i(x, y) \geq 0, i = m_{e+1}, m_{e+2}, m_{e+3}, \dots, m \in N \quad (3)$$

$$x_l \leq x \leq y_u, (x_l, x_u \in R^{n_{con}}) \quad (4)$$

$$y_l \leq y \leq y_u, (y_l, y_u \in N^{n_{int}}) \quad (5)$$

V formuli (1) $f(\vec{x}, \vec{y})$ označuje funkcijo, ki jo želimo minimalizirati, m_e je število enakostnih omejitev [6], $g_1, g_2, g_3, \dots, g_{m_e}(x, y)$ predstavljajo enakostne omejitve in m število neenakostnih omejitev ter $g_{m_e+1}, g_{m_e+2}, g_{m_e+3}, \dots, g_m(x, y)$ neenakostne omejitve. Vektor $\vec{x}$ vsebuje zvezne odločitvene spremenljivke in vektor $\vec{y}$ diskretne odločitvene spremenljivke [10].

V skladu z [11] bo imel tipični MGADSM (večkratni MGA in večkratni DSM – glej spodaj) problem, dimenzijo:

$$d = 6 + (n - 2) * 4, \quad (6)$$

kjer je n število planetov v zaporedju.

Cassini_1 – MINLP [9] ima tako v odločitenem vektorju 10 spremenljivk:

$$\vec{x} = \{x_i; i = 1, 2, 3, \dots, 10\}$$

Tabela 1 Vektor odločitvenih spremenljivk v modelu Cassini_1 – MINLP.

Kompon.	Spremenlj.	Opis
x_1	t_0	datum izstrelitve
$x_2 - x_6$	$T_1 - T_5$	dnevi med dogodki
$x_7 - x_{10}$	$P_7 - P_{10}$	zaporedje planetov

V tabeli 1 komponenta x_1 označuje datum izstrelitve vesoljskega plovila t_0 v MJD – spremenjenem julijanskem koledarju (angl. Modified Julian Date). Gre za število dni, ki so pretekli od nekega referenčnega trenutka.

Spremenljivke t_0, T_1, T_2, T_3, T_4 in T_5 iz tabele 1 so enake kot spremenljivke v primeru Cassini 1.

Cilj vesoljskih misij, vključenih v knjižnico GTOPIX, je prepotovati tirnico čim hitreje in pri tem porabiti čim manj goriva. Porabo goriva obravnavamo kot strošek. Če želi vesoljsko plovilo doseči ta cilj, mora spremeniti svojo tirnico, kar lahko naredi na dva načina, in sicer s pomočjo [12]:

- 1) izvedbe manevrov (z vžigi motorja) med planeti v globokem vesolju (angl. Deep Space Maneuver – DSM), kar povzroči dodatne stroške in/ali
- 2) izvedbe pospešenih preletov zaradi gravitacije planetov – MGA (angl. Multiple Gravity Assist), brez dodatnih stroškov. Večkratna gravitacija tirnice MGA predstavlja določen razred vesoljskih

tirnic, pri katerih vesoljsko plovilo uporablja gravitacijske manevre (znane tudi kot preleti) enega ali več nebesnih teles, da spremeni svojo pot ali vektor hitrosti [13]. Gravitacije planetov se lahko uporabljajo za pospeševanje ali poje-manje vesoljskega plovila, torej za povečanje ali zmanjšanje hitrosti in s tem spremembe tira. Zagotavljajo gibanje gravitacijskega telesa, saj vlečejo vesoljsko plovilo [14].

V omenjenih modelih Cassini_1 in Cassini_1 – MINLP se kot ciljna funkcija uporablja skupna ΔV , ki predstavlja spremembo hitrosti vesoljskega plovila. Prav tako se ta uporabi tudi v Cassini_1' in Cassini_1' – MINLP. Ker gre za enokriterijske optimizacijske probleme, je to hkrati edina kriterijska funkcija, katere optimum iščemo. Doseganje najmanjšega časa tirnice v tem članku zanemarimo.

V astrodinamiki in raketodinamiki je ΔV skalarna količina, ki se uporablja pri dinamiki poletov vesoljskih plovil. Predstavlja mero za potrebni sunek sile, da plovilo izvede manever ali spremembo tira, kot je na primer izstrelitev ali pristanek na planetu ali luni, ali orbitalni manever v vesoljskem prostoru (opisan tudi v [14]). V primeru modelov Cassini_1 in Cassini_1 – MINLP ter modelov v tem članku Cassini_1' in Cassini_1' – MINLP se ta ΔV zbere med misijo, vključno z ΔV izstrelitve in različnimi ΔV preletov planetov in ob prihodu, da se izvede končno vstavljanje v orbito [8].

Spremembo hitrosti vesoljskega plovila izrazimo z naslednjo formulo:

$$\Delta V = \left[\int_{t_0}^{t_1} \frac{|F_T(t)|}{m(t)} dt \right], \quad (7)$$

pri čemer je:

$F_T(t)$ – trenutni potisk motorja ob času t ,

$m(t)$ – trenutna masa plovila ob času t ,

t_0 – začetni čas izgorevanja in

t_1 – končni čas izgorevanja.

Pri spremembah tirnic z uporabo MGA so položaji vesoljskega plovila določeni ob odhodu in/ali pri prihodu na cilj [15].

Modeli, pri katerih DSM niso dovoljeni, se uporabljajo pri številnih začetnih izračunih tirnic in imajo prednost, da privedejo do optimizacijskega problema z majhno dimenzijo. To je uporabno pri procesu obrezovanja, ki ima polinomsko kompleksnost tako v času kot prostoru in rezultira v učinkoviti računalniški implementaciji [11].

Drugi problemi, problemi z dovoljenimi DSM, so primerni za izvedbo začetnega ocenitvenega izračuna za resnične vesoljske misije, vendar so cene tega reševanja večje dimenzije optimizacijskih problemov.

Najboljše rešitve za enokriterijske optimizacijske probleme Cassini 2, GTOC1 in Messenger so dosežene z orodjem MIDACO [16]. Tudi v našem

poskusu uporabljamo to optimizacijsko orodje. MIDACO temelji na evolucijski metodi računalništva, znani kot optimizacija kolonij mravelj. Gre za hevristično metodo, ki si prizadeva poiskati dobre in potencialno globalno optimalne rešitve problemov, ki so formulirani kot črne škatle [9]. Več informacij o orodju MIDACO najdete v [17].

3 METODA DELA

Izgradnjo modela Cassini_1' smo začeli na osnovi modela Cassini_1, ki ga je objavila ESA. Število zveznih spremenljivk smo zmanjšali s 6 na 3. Kot je razvidno iz tabele 2, smo v modelu Cassini_1' – MINLP obdržali datum izstrelitve in čas dogodkov MGA enega planeta ter pristanka. Model Cassini_1' – MINLP ima torej na voljo en sam planet, katerega gravitacijo bo uporabilo vesoljsko plovilo za povečanje hitrosti. Ta planet pa je lahko katerikoli planet izmed naslednji petih planetov našega Osončja: Merkur, Venera, Zemlja, Mars in Jupiter. Prav tako imamo v našem modelu samo en čas, v katerem pride do dogodka MGA.

Modela Cassini_1' in Cassini_1' – MINLP smo implementirali v programskem jeziku C++ na osnovi misij iz knjižnice GTOPX [3], ki omogoča enotno klicanje funkcij za primerjalne modele. GTOPX je prosto dostopno programsko orodje, ki ga je mogoče razširjati in/ali spreminjati v skladu z licenco GNU General Public License.

V GTOPX smo polje vrednosti $\{3,2,2,3,5,6\}$, ki predstavlja zaporedje planetov v Cassini_1, kjer se uporabi MGA, skrčili na zaporedje $\{3,3,6\}$. Prvi planet, označen s številko 3, predstavlja Zemljo, prostor vzleta vesoljskega plovila. Številka 2 predstavlja Venero, 5 je Jupiter in 6 Saturn. Pristanek vesoljskega plovila je torej na Saturnu, na vmesnih planetih pa se izvajajo pospešeni preleti vesoljskega plovila zaradi gravitacije planetov. V naslednjem koraku smo srednjo vrednost (v našem primeru 3) zamenjali z x_4 in tako dobili zaporedje $\{3, x_4, 6\}$. Element x_4 predstavlja dodano celoštevilsko spremenljivko, ki lahko v našem primeru zavzame katero-koli številko od 1 do 5. Kakor v primeru Cassini 1 in Cassini 1 – MINLP sta tudi pri Cassini_1' – MINLP prvi in zadnji planet določena (3 – Zemlja in 6 – Saturn). Namesto 4 diskretnih spremenljivk ($P_7 - P_{10}$), ki predstavljajo planete s števkami 2, 2, 3, 5, v Cassini_1' – MINLP uporabimo eno samo diskretno spremenljivko (P_4) – glej tabeli 1 in 2. Ta predstavlja planet, pri katerem se izvede sprememba tirnice z uporabo MGA v globokem vesolju. Možne izbire so naslednji planeti našega Osončja: 1 – Merkur, 2 – Venera, 3 – Zemlja, 4 – Mars in 5 – Jupiter. Števke pred imeni planetov predstavljajo ustrezne celoštevilске vrednosti, ki se uporabijo kot diskretna vhodna spremenljivka za mešano, zvezno-diskretno formulacijo.

Cassini_1' – MINLP ima v odločitvenem vektorju

4 spremenljivke:

$$\vec{x} = \{x_i; i = 1, 2, 3, 4\}$$

Tabela 2 Vektor odločitvenih spremenljivk v modelu Cassini_1' – MINLP.

Kompon.	Spremenlj.	Opis
x_1	t_0	datum izstrelitve
$x_2 - x_3$	$T_1 - T_2$	dnevi med dogodki
x_4	P_4	prelet planeta

Komponenta x_1 v tabeli 2 označuje datum izstrelitve vesoljskega plovila t_0 v MJD – glej opis tabele 1. Komponenti x_2 in x_3 predstavljata dneve med dogodki (izstrelitev, MGA, pristane) T_1, T_2 in komponenta x_4 označuje izbrani planet preleta (1 – Merkur, 2 – Venera, 3 – Zemlja, 4 – Mars in 5 – Jupiter).

Spremenljivke t_0 , T_1 in T_2 iz tabele 2 so enake kot spremenljivke v modelu Cassini_1'.

4 REZULTATI POSKUSA

V tem poglavju so predstavljeni numerični rezultati uspešnosti reševanja optimizacijskih problemov Cassini 1' in Cassini 1' – MINLP z metriko števila ocenitev, potrebnih za doseg rešitev.

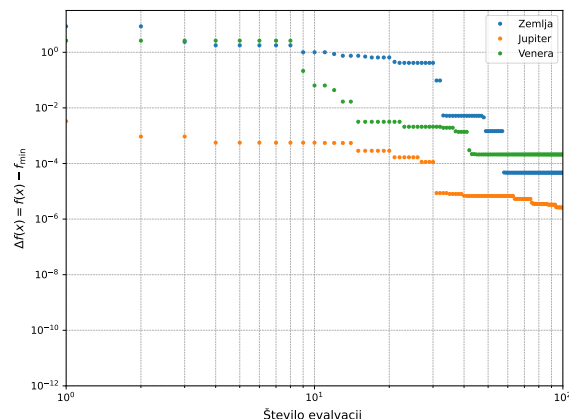
Pri reševanju optimizacijskega problema smo uporabili MIDACO 6.0 [13]. Poskuse smo izvedli na računalniku AMD Ryzen 5 5500U Radeon Graphics, arhitektura x86_64, s šestimi jedri in dvema nitima na jedro, na operacijskem sistemu Linux Debian GNU. Niti nismo uporabili.

Najprej smo raziskali mešano, zvezno-diskretno iskalno okolje in ocenili najboljše globalne rešitve za različna zaporedja planetov v odločitvenem vektorju. Možnih kombinacij je 5^1 , skupno torej 5. Optimizacijsko orodje MIDACO smo zagnali v fiksnem času ene ure (3.600 sekund). Za začetno vrednost smo uporabili kar spodnje meje, kar je privzeta praksa vseh primerov na spletni strani orodja MIDACO [18]. Tako kot sta fiksirana prostora vzleta (Zemlja) in pristanka (Saturn), tako je fiksiran tudi čas med preletom določenega planeta in pristankom (470 dni).

V tabeli 3 vidimo tri najboljše rešitve z uporabo MGA. Najprej smo dobili rešitev z MGA Jupitra in hitrostjo $\Delta V = 16,405143$ km/s. Z x_1 je označen datum izstrelitve vesoljskega plovila v MJD, z x_2 število dni med izstrelitvijo in MGA določenega planeta ter z x_3 število dni med MGA določenega planeta in pristankom vesoljskega plovila. Najboljša rešitev (z MGA Jupitra) je prikazana tudi na sliki 2.

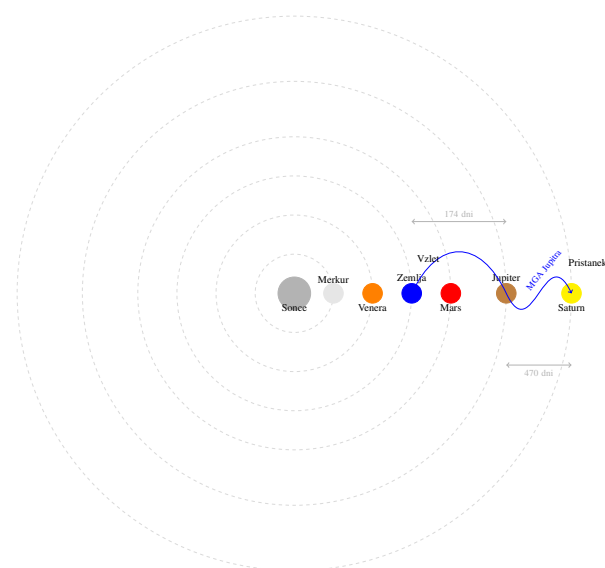
Na sliki 1 so prikazani konvergenčni grafi za posamezne primerke. Za boljši vpogled v hitrost konvergenca in natančnost približevanja rešitvi je na obeh oseh uporabljena logaritemska skala. X-os prikazuje

število evalvacij objektivne funkcije (v tisočih evalvacijah), kar omogoča boljši pregled nad zgodnjo fazo optimizacije. Y-os prikazuje razliko med trenutnimi vrednostmi $f(x)$ in minimalno doseženo vrednostjo, torej $\Delta f(x) = f(x) - f_{\min}$, prav tako v logaritemski skali.



Slika 1 Konvergenčni grafi.

V naslednjem koraku smo najboljšo dobljeno rešitev zaradi zmožnosti primerjave z rešitvijo v zveznem prostoru izključili tako, da smo jo umetno naredili za neizvršljivo (nesmiselno) in poiskali naslednjo najboljšo rešitev. Na tem mestu z umetno neizvršljivostjo označujemo rešitve MIDACO, ki niso veljavne, saj kršijo predpisane pogoje ali omejitve v optimizacijskem modelu. Kot vidimo v tabeli 3, je naslednja najboljša rešitev prelet Zemlje in hitrost $\Delta V = 26,240559$ km/s. Nazadnje smo obe rešitvi, prelet Jupitra in Zemlje, izključili kot umetno neizvršljivi in poiskali naslednjo najboljšo rešitev.



Slika 2 Pot vesoljskega plovila z MGA Jupitra.

V naslednjem koraku se osredotočimo na zvezno okolje. V tem okolju zdaj fiksiramo planete, ki smo

Tabela 3 Najboljše rešitve za različne planete v zvezno-diskretnem okolju.

ΔV (km/s)	$x_1(dni)$	$x_2(dni)$	$x_3(dni)$	$x_4(prelet)$
16,405143	-174,103377	386,637125	470	5 - Jupiter
26,240559	-18,729963	248,576487	470	3 - Zemlja
31,224111	-763,705733	162,387153	470	2 - Venera

jih dobili pri treh najboljših rešitvah v mešanem, zvezno-diskretnem okolju. Tako ustvarimo tri različne primerke zvezne formulacije:

- Primerek 1: Vse rešitve so izvedljive/smiselne.
- Primerek 2: Rešitev s preletom Jupitra ni smiselna.
- Primerek 3: Rešitvi s preletom Jupitra in Zemlje nista smiselni.

Tabela 4 Število ocenitev za doseganje posamezne rešitve v zveznem okolju.

Planet	Število ocenitev	Čas v sekundah
Jupiter	390.897.000	3.576
Zemlja	71.024.000	711
Venera	186.612.000	1.482

V tabeli 4 so prikazane vrednosti zahtevanega števila ocenitev funkcije Cassini_1' in pripadajoči čas izvajanja za doseganje posamezne rešitve v zveznem okolju.

Tabela 5 prikazuje število ocenitev in pripadajoči čas, ki ga je orodje MIDACO potrebovalo v mešanem, zvezno-diskretnem okolju, da smo našli posamezne rešitve.

Iz tabel 4 in 5 je razvidno, da znaša razlika števila ocenitev, potrebnih za doseg rešitve primerka 1, ki ustreza preletu planeta Jupitra, približno 390 milijonov. Torej, orodje MIDACO je potrebovalo 390 milijonov ocenitev več, da je našlo enako rešitev v zveznem okolju, v primerjavi s številom ocenitev v zvezno-diskretnem okolju. Pri primerku 3 je razlika števila ocenitev v zveznem in zvezno-diskretnem okolju enaka približno 168 milijonov, ponovno v korist zvezno-diskretnega okolja. Nasprotno pa je pri drugem primerku, kjer je orodje MIDACO za doseg rešitve v zveznem okolju potrebovalo manjše število ocenitev, in sicer za približno 104 milijone manj. Veliko število ocenitev v zvezno-diskretnem okolju kaže na težjo oziroma bolj razpršeno konfiguracijo iskalnega prostora, kjer algoritem napreduje počasneje. Vrednosti ciljne funkcije so pokazale prisotnost lokalnih minimumov in ravnin v optimizacijskem prostoru.

V vseh primerih se z večanjem števila ocenitev podaljšuje tudi ocenitveni čas.

Tabela 6 prikazuje, da je orodje MIDACO pri prvem primerku potrebovalo le 0,00156307-krat toliko ocenitev v zvezno-diskretnem okolju in 0,09900220-

Tabela 5 Število ocenitev za doseganje posamezne rešitve v zvezno-diskretnem okolju.

Primerek	Število ocenitev	Čas v sekundah
1	611.000	8
2	174.603.000	3.235
3	18.475.000	281

krat toliko ocenitev pri primerku 3 za doseg enakega ΔV v primerjavi z zveznim okoljem. Pri drugem primerku je v zvezno-diskretnem okolju potrebovalo 2,45836618-krat več ocenitev kot v zveznem okolju.

Tabela 6 Kvocient med številoma ocenitev kriterijske funkcije Cassini_1' – MINLP v zvezno-diskretnem okolju in Cassini_1' v zveznem okolju.

Primerek	Planet	Kvocient
1	Jupiter	0,00156307
2	Zemlja	2,45836618
3	Venera	0,09900220

5 ZAKLJUČEK

V članku smo predstavili poenostavljen model Cassini_1, ki ga imenujemo Cassini_1'. Model Cassini_1' smo skrčili s šestih na tri dimenzije. Nato smo dodali eno diskretno spremenljivko in tako zvezni, enokriterijski primerjalni model Cassini_1' razširili v mešani, zvezno-diskretni primerjalni model Cassini_1' – MINLP. Na domeni vesoljskih tirnic to pomeni, da zaporedje planetov tirnice ni določeno, ampak planet preleta lahko izbiramo. S primerjavo uspešnosti reševanja razširjenega in predhodno določenega problema z metriko števila ocenitev, potrebnih za doseg rešitve, smo ugotovili, da je uspešnost reševanja mešanih, zvezno-diskretnih modelov glede na majhne spremembe diskretnega iskalnega okolja v primerjavi z uspešnostjo reševanja zveznih modelov drugačna, kar smo pokazali v tabeli 6. Namreč, kot je razvidno iz tabel 3, 4 in 5, je orodje MIDACO potrebovalo 611 tisoč ocenitev, da je našlo rešitev $\Delta V = 16,405143$ km/s v zvezno-diskretnem okolju, medtem ko je za doseg enake rešitve v zveznem okolju potrebovalo približno 390 milijonov ocenitev, približno 640-krat več. Za doseg rešitve $\Delta V = 31,224111$ km/s, kar ustreza

vektorju s komponentami $(-763,705733, 162,387153, 470, 2)$, je orodje MIDACO potrebovalo približno 18 milijonov ocenitev v zvezno-diskretnem okolju, v zveznem okolju pa približno 187 milijonov ocenitev, približno 10-krat več. V drugem primeru z zaporedjem $\{3, 3, 6\}$, prelet Zemlje, je orodje MIDACO našlo rešitev v zveznem okolju z 71 milijoni ocenitev. Tokrat je v zvezno-diskretnem okolju z zaporedjem $\{3, x_4, 6\}$ za dosego hitrosti $\Delta V = 26,240559$ km/s potrebovalo večje število ocenitev, in sicer približno 175 milijonov ocenitev, kar je trajalo 3.235 sekund oziroma 54 minut – glej tabelo 5.

Smiselno nadaljevanje tega dela bi bila nadgradnja modela Cassini_1 v model, ki poleg MGA za povečanje hitrosti uporablja tudi DSM, npr. Cassini_2, ter za reševanje tega problema razširitev iz zveznega v zvezno-diskretno iskalno okolje. Zanimivo bi bilo opazovati, kako se s tako povečano kompleksnostjo spreminja uspešnost reševanja problema.

ZAHVALA

To delo je nastalo v okviru doktorskega študija (IRD 3 koda 55DOO6) na Doktorski šoli Univerze v Mariboru in odobrene vloge na Javnem razpisu za sofinanciranje doktorskega študija za študijsko leto 2023/24. Prispevki avtorjev: konceptualizacija in zasnova študije (AZ, NOF), pridobivanje podatkov (NOF), analiza in/ali interpretacija podatkov (AZ, NOF), osnutek rokopisa (AZ, NOF), kritični pregled rokopisa (AZ, NOF).

LITERATURA

- [1] N. Hansen, A. Auger, O. Mersmann, T. Tušar, and D. Brockhoff, "COCO: A platform for comparing continuous optimizers in a black-box setting," *ArXiv e-prints*, 2016.
- [2] J. Rapin and O. Teytaud, "Nevergrad - A gradient-free optimization platform," 2018.
- [3] M. Schlueter, M. Neshat, M. Wahib, M. Munetomo, and M. Wagner, "Gtopx space mission benchmarks," *SoftwareX*, vol. 14, p. 100666, 2021.
- [4] C. Doerr, H. Wang, F. Ye, S. van Rijn, and T. Bäck, "IO-Hprofler: A Benchmarking and Profiling Tool for Iterative Optimization Heuristics," 2018.
- [5] "Gecco," <https://gecco-2023.sigevo.org/Competitions>, accessed: 2025-02-04.
- [6] A. Zamuda, "Operacijske raziskave logističnih, transportnih in ekonomskih sistemov; zbrano gradivo [na spletu]. drugo učno gradivo. maribor : Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko. [dostopano 23 april 2023]," 2020.
- [7] A. Zamuda and J. D. H. Sosa, "Success history applied to expert system for underwater glider path planning using differential evolution," *Expert Systems with Applications*, vol. 119, pp. 155–170, 2019.
- [8] "Esa: Cassini 1," <https://www.esa.int/gsp/ACT/projects/gtop/cassini1/>, accessed: 2023-11-09.
- [9] M. Schlueter and M. Munetomo, "A mixed-integer extension for esa's cassini1 space mission benchmark," *2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 912–919, 2019.
- [10] M. Schlueter, S. O. Erb, M. Gerdts, S. Kemble, and J.-J. Rückmann, "Midaco on minlp space applications," *Advances in Space Research*, vol. 51, no. 7, pp. 1116–1131, 2013.
- [11] T. Vinkó, D. Izzo, and C. Bombardelli, "Benchmarking different global optimisation techniques for preliminary space trajectory design," in *Proceedings of the 58th International Astronautical Congress (IAC-07), Hyderabad, India*. International Astronautical Federation (IAF), 2007, pp. 4181–4190.
- [12] "ESA: Dva načina spremembe trajektorije, lllenge/spoc-trappist-tour/about."
- [13] M. Schlueter, E. Sven, M. Gerdts, S. Kemble, and R. Joachim, "Midaco on minlp space applications," *Advances in Space Research*, vol. 51, p. 1116–1131, 04 2013.
- [14] Wikipedia contributors, "Gravity assist," https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity_assist, accessed: 2025-05-05.
- [15] R. Biesbroek, *Deep-Space Maneuvers*. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 59–71.
- [16] M. Schlueter, M. Wahib, and M. Munetomo, "Numerical optimization of esa's messenger space mission benchmark," 03 2017, pp. 725–737.
- [17] M. Schlueter, "Midaco software performance on interplanetary trajectory benchmarks," *Advances in Space Research*, vol. 54, no. 4, pp. 744–754, 2014.
- [18] M. Schlueter and M. Munetomo, "Introduction to midaco-solver software," Information Initiative Center, Hokkaido University, Technical Report 2013-01, Mar. 2013, accessed: 2025-07-28. [Online]. Available: <https://hdl.handle.net/2115/52782>.

Nataša Ošep Ferš je leta 1997 diplomirala na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani. Leta 2000 je diplomirala na Fakulteti za organizacijske vede v Kranju, nato je leta 2003 magistrirala na Fakulteti za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani. Trenutno zaključuje doktorski študij na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko Univerze v Mariboru, kjer je v Laboratoriju za računalniške arhitekture in jezike na Inštitutu za računalništvo zaposlena kot asistentka. Njeni raziskovalni interesi obsegajo diferencialno evolucijo, večkriterijsko optimizacijo, planetarne trajektorije in umetno življenje.

Aleš Zamuda je leta 2012 doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko Univerze v Mariboru, kjer je v Laboratoriju za računalniške arhitekture in jezike na Inštitutu za računalništvo zaposlen tudi kot visokošolski učitelj v nazivu izredni profesor. Njegovi raziskovalni interesi obsegajo diferencialno evolucijo, večkriterijsko optimizacijo, evolucijsko robotiko, umetno življenje in računalništvo v oblaku.