

Analitični izračun optične odbojnosti tankoplastne strukture s povprečenjem nekoherentnih plasti

Janez Puhan

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, 1000 Ljubljana, Slovenija
E-pošta: janez.puhan@fe.uni-lj.si

Povzetek. Članek podaja nov postopek izračuna optične odbojnosti tankoplastne interferenčne strukture z eno ali več nekoherentnimi nosilnimi plastmi. Pri eni nosilni plasti se predlagani postopek izogne povprečenju rezultatov prek različnih debelin te plasti z analitično rešitvijo izračuna povprečne vrednosti, kar je mogoče naprej zaporedno razširiti na poljubno število nekoherentnih plasti. Za izračun optične odbojnosti je tako potreben le en koherenten izračun. Predlagani postopek je preverjen z ekvivalentnim numeričnim izračunom oziroma s splošno metodo prenosnih matrik (angl. GTMM - General Transfer-Matrix Method) kot referenčno metodo.

Ključne besede: tankoplastno interferenčno optično sito, metoda prenosnih matrik, nekoherentna plast, povprečenje

Analytical reflectance calculation of a thin-film multilayer structure with incoherent layer averaging

The paper proposes a novel procedure to obtain reflectance of a thin-film multilayer structure with one or more incoherent substrate layers. In case of a single incoherent layer, averaging over an interval of the incoherent layer thicknesses is avoided by analytical determination of the average. The procedure can iteratively be expanded to structures with multiple incoherent layers. Only one coherent calculation is required to obtain reflectance. The proposed procedure is verified with an equivalent numerical calculation or by the General Transfer-Matrix Method (GTMM) used as a reference.

1 UVOD

Tankoplastne strukture, nanese na nosilno plast, se uporabljajo kot premazi z visoko ali nizko optično odbojnostjo, oz. kot optična interferenčna sita, ki prepuščajo, oz. odbijajo svetlobo določenih valovnih dolžin. Za izračun odbojnosti tankoplastne strukture se uporablja metoda prenosnih matrik (angl. TMM - Transfer-Matrix Method) [1], [2] ali iz nje izpeljana metoda karakterističnih matrik [3], [4]. Obe matrični metodi predvidevata izotropne, homogene, optično ravne in vzporedne tanke plasti, katerih debelina ne presega velikostnega razreda valovne dolžine svetlobe. Lomni količniki plasti so zato konstantni, razširjanje svetlobe pa koherentno. Za izračun odbojnosti zadostuje enodimenzionalni model prereza strukture.

Predpostavka koherentnosti odpove v nosilni plasti, ki je občutno debelejša od tankih plasti oz. od valovne dolžine svetlobe. Tehnologija izdelave debelih plasti ne omogoča popolne ravnosti in vzporednosti, zato je

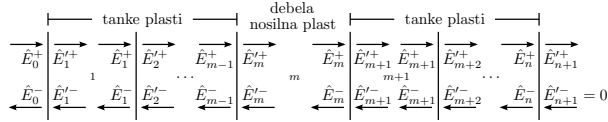
razširjanje svetlobe v debeli nosilni plasti nekoherentno. Izračun odbojnosti z matričnimi metodami je tako nepravilen (gl. sliko 3), ozka nihanja v odbojnostnem spektru niso realna in so posledica napačne predpostavke o koherentnem razširjanju svetlobe v nosilni plasti.

Pravilno odbojnost je mogoče izračunati s povprečenjem koherentnih izračunov prek intervala različnih debelin nosilne plasti [5]. Ker je za izračun povprečne vrednosti potrebnih veliko koherentnih izračunov, je bilo v preteklosti razvitih nekaj metod, ki poskušajo število koherentnih izračunov zmanjšati. Metodi naključnih faznih premikov [6] oz. naključnih debelin [7] opravita povprečenje nad naključno izbranim vzorcem. Po drugi strani metodi enakomernih faznih premikov [8] oz. enakomerno porazdeljenih debelin [9] opravita povprečenje nad enakomerno porazdeljenim vzorcem.

V članku je predstavljen nov postopek izračuna optične odbojnosti tankoplastne interferenčne strukture z eno ali več nekoherentnimi nosilnimi plastmi. Za primer strukture z eno nekoherentno plastjo je namesto povprečenja prek velikega števila koherentnih izračunov podan analitični izraz za določitev iskane povprečne vrednosti. Postopek je nato razširjen na strukture s poljubnim številom nekoherentnih plasti. Potreben je le en koherenten izračun. Rezultati, pridobljeni s predlaganim postopkom, so preverjeni s klasičnim numeričnim povprečenjem koherentnih rezultatov prek intervala debelin nosilne plasti oziroma z uporabo GTMM [10] kot referenčne metode.

2 METODA PRENOSNIH MATRIK

Tankoplastna interferenčna struktura z eno nosilno plastjo je prikazana na sliki 1. Sestavlja jo n plasti, od tega $m-1$ tankih plasti na levi in $n-m$ tankih plasti na desni strani debele nosilne plasti. Nosilna plast je označena z indeksom m , vpadni in izstopni medij pa z indeksoma 0 in $n+1$.



Slika 1: Tankoplastna interferenčna struktura z nosilno plastjo

\hat{E} označuje tangencialno komponento kompleksne amplitude električne poljske jakosti. Desno potujoči valovi nosijo znak plus (+), levo potujoči pa minus (-). Strešica (^) označuje kompleksno vrednost, črtica (') pa \hat{E} na desni strani meje dveh plasti. Prestopne pogoje med dvema plastema podaja relacija

$$\hat{\mathbf{D}}_j \begin{bmatrix} \hat{E}_j^+ \\ \hat{E}_j^- \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{D}}_{j+1} \begin{bmatrix} \hat{E}_{j+1}^+ \\ \hat{E}_{j+1}^- \end{bmatrix} \quad j = 0, 1, \dots, n \quad , \quad (1)$$

kjer $\hat{\mathbf{D}}_j$ pomeni kompleksno dinamično matriko medija oz. j -te plasti:

$$\hat{\mathbf{D}}_j = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \hat{\eta}_j & -\hat{\eta}_j \end{bmatrix} \quad j = 0, 1, \dots, n+1 \quad .$$

$\hat{\eta}_j$ je kompleksna poševna valovna admitanca medija oz. j -te plasti. Za vertikalno polarizacijo velja $\hat{\eta}_j = \hat{y}_j / \cos \hat{\vartheta}_j$, za horizontalno pa $\hat{\eta}_j = \hat{y}_j \cos \hat{\vartheta}_j$, pri čemer je $\hat{y}_j = y_0 \hat{N}_j$ kompleksna valovna admitanca medija oz. j -te plasti, $\hat{\vartheta}_j$ pa kompleksni lomni kot v j -ti plasti, ki sledi iz Snellovega lomnega zakona $N_0 \sin \vartheta_0 = \hat{N}_j \sin \hat{\vartheta}_j$. $\hat{N}_j = n_j - ik_j$ je kompleksen lomni količnik medija oz. j -te plasti. N_0 in ϑ_0 sta lomni količnik brezizgubnega vpadnega medija in vpadni kot, y_0 je valovna admitanca vakuumu.

Zvezo med amplitudami \hat{E} na levi in desni strani j -te plasti podaja relacija

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_j^+ \\ \hat{E}_j^- \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{P}}_j \begin{bmatrix} \hat{E}_j^+ \\ \hat{E}_j^- \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad , \quad (2)$$

kjer $\hat{\mathbf{P}}_j$ pomeni kompleksno fazno matriko j -te plasti:

$$\hat{\mathbf{P}}_j = \begin{bmatrix} e^{i\hat{\delta}_j} & 0 \\ 0 & e^{-i\hat{\delta}_j} \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad .$$

$\hat{\delta}_j = 2\pi \hat{N}_j d_j \cos \hat{\vartheta}_j / \lambda_0$ je kompleksni fazni premik v j -ti plasti. d_j je debelina j -te plasti, λ_0 pa valovna dolžina v vakuumu.

Celotna struktura s slike 1 je z uporabo enačb (1) in (2) popisana z

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_0^+ \\ \hat{E}_0^- \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \hat{E}_{n+1}^+ \\ \hat{E}_{n+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{11} & \hat{T}_{12} \\ \hat{T}_{21} & \hat{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_{n+1}^+ \\ \hat{E}_{n+1}^- \end{bmatrix} \quad , \quad (3)$$

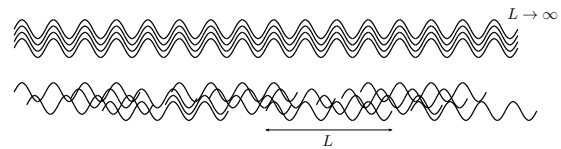
pri čemer je $\hat{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{D}}_0^{-1} \left(\prod_{j=1}^n \hat{\mathbf{D}}_j \hat{\mathbf{P}}_j \hat{\mathbf{D}}_j^{-1} \right) \hat{\mathbf{D}}_{n+1}$ kompleksna prenosna matrika strukture. Iz enačbe (3) sledi odbojnost, ki je enaka

$$R = \frac{|\hat{E}_0^-|^2}{|\hat{E}_0^+|^2} \Bigg|_{\hat{E}_{n+1}^- = 0} = \frac{|\hat{T}_{21}|^2}{|\hat{T}_{11}|^2} \quad . \quad (4)$$

3 NEKOHERENTNO RAZŠIRJANJE SVETLOBE V DEBELI PLASTI

Razdelek 2 matematično popisuje interferenco med desno in levo potujočimi valovi v tankoplastni strukturi s slike 1. Predpogoj za nastanek interference je koherentno valovanje.

Koherentno svetlobo je mogoče dobiti le z laserjem. Običajni viri svetlobe (sonce, svetilke ipd.) so nekoherentni. Svetloba je izsevana ob naključnih prehodih atomov med energijskimi nivoji. Celoten vir pravzaprav tvori množica majhnih izvorov, ki ob naključnih časih za kratek čas zasvetijo z različnimi valovnimi dolžinami. Slika 2 simbolično prikazuje koherentno in nekoherentno valovanje ene valovne dolžine. L pomeni povprečno dolžino posameznega svetlobnega snopa in je za nekoherentne vire navadno v velikostnem razredu valovne dolžine svetlobe.



Slika 2: Svetlobno valovanje iz koherentnega (zgoraj) in nekoherentnega (spodaj) vira

Če je debelina tankoplastne strukture veliko manjša od L , so posamezni snopi kljub nekoherentnemu svetlobnemu viru dovolj dolgi za nastanek interference med napredujočimi (desno potujočimi) in odbitimi (levo potujočimi) valovi. Debelina nosilne plasti pa je veliko večja od L . Posamezni snop ni dovolj dolg za interferenco med valoma, odbitima na prednji in zadnji strani. Informacija o fazi se v debeli nosilni plasti izgubi oziroma enačba (2) v njej ne velja. Mavrične barve milnih mehurčkov in enakomerna odbojnost/prosojnost okenskega stekla sta vsakdanja primera interference pri odboju od tanke plasti in nekoherentnega razširjanja svetlobe v debeli plasti.

Vendar pa debele plasti izkazujejo svojo nekoherentno naravo tudi pri povsem koherentnem laserskem žarku, čeprav je v tem primeru L veliko večji od debeline

debele plasti. Razlog je v natančnosti izdelave debele plasti. Za nastanek interference bi morali biti površini na obeh straneh povsem gladki in vzporedni oziroma debelina plasti bi morala biti konstantna. Vendar se debelina nosilne plasti v praksi spreminja tudi do nekaj valovnih dolžin opazovane svetlobe, zato se val, odbit na zadnji strani, vrne z naključno fazo, to je odvisno od debeline, na katero posamezni snop naleti. Potrebna bi bila bistveno večja natančnost izdelave, kar pa je izjemno težko doseči. Na drugi strani se za izdelavo tankih plasti uporablja naprejevanje, kar omogoča enakomeren nanos materiala in s tem boljši nadzor nad debelino plasti.

4 POVPREČNA VREDNOST

Izračun odbojnosti z metodo prenosnih matrik (4) predvideva koherentno razširjanje svetlobe v vseh plasteh interferenčne strukture, zato je rezultat napačen. Pravilno vrednost odbojnosti je mogoče dobiti s povprečenjem prek intervala debelin nosilne plasti d_m , ki ustreza eni periodi faznega zamika δ_m nosilne plasti, in je enak $\frac{1}{2}\lambda_0(\text{Re}^2\hat{N}_m - N_0^2 \sin^2\vartheta_0)^{-\frac{1}{2}}$.

Kot alternativa povprečenju je v tem razdelku predstavljena analitična pot do pravilnega rezultata. V strukturo na sliki 1 naj bo med nosilno plast m in prvo tanko plast na desni strani $m+1$ dodana nova plast Δ . Lomni količnik nove plasti naj bo enak realnemu delu kompleksnega lomnega količnika nosilne plasti $N_\Delta = n_m$ oz. nova plast je iz enakega materiala kot nosilna plast, le da je brez izgub. Odbojnost nove strukture z dodano plastjo Δ je

$$R(\delta_\Delta) = \frac{|\hat{T}_{21l}\hat{T}_{11d}e^{i\delta_\Delta} + \hat{T}_{22l}\hat{T}_{21d}e^{-i\delta_\Delta}|^2}{|\hat{T}_{11l}\hat{T}_{11d}e^{i\delta_\Delta} + \hat{T}_{12l}\hat{T}_{21d}e^{-i\delta_\Delta}|^2},$$

pri čemer sta $\hat{\mathbf{T}}_l$ in $\hat{\mathbf{T}}_d$ kompleksni prenosni matriki plasti na levi in desni strani plasti Δ :

$$\hat{\mathbf{T}}_l = \begin{bmatrix} \hat{T}_{11l} & \hat{T}_{12l} \\ \hat{T}_{21l} & \hat{T}_{22l} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{D}}_0^{-1} \left(\prod_{j=1}^m \hat{\mathbf{D}}_j \hat{\mathbf{P}}_j \hat{\mathbf{D}}_j^{-1} \right) \hat{\mathbf{D}}_\Delta$$

$$\hat{\mathbf{T}}_d = \begin{bmatrix} \hat{T}_{11d} & \hat{T}_{12d} \\ \hat{T}_{21d} & \hat{T}_{22d} \end{bmatrix} =$$

$$= \hat{\mathbf{D}}_\Delta^{-1} \left(\prod_{j=m+1}^n \hat{\mathbf{D}}_j \hat{\mathbf{P}}_j \hat{\mathbf{D}}_j^{-1} \right) \hat{\mathbf{D}}_{n+1},$$

$\delta_\Delta = 2\pi N_\Delta d_\Delta \cos\vartheta_\Delta/\lambda_0$ pa je njen fazni zamik. Ker je plast Δ brez izgub, je njen fazni zamik za $N_\Delta \geq N_0$ realen.

Odbojnost $R(\delta_\Delta)$ je periodična funkcija faznega zamika δ_Δ s periodo π . Do pravilne vrednosti odbojnosti tankoplastne interferenčne strukture z nekoherentno nosilno plastjo m s slike 1 je mogoče priti z izračunom povprečne vrednosti funkcije $R(\delta_\Delta)$:

$$\bar{R} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi R(\delta_\Delta) d\delta_\Delta. \quad (5)$$

Integral v enačbi (5) je analitično rešljiv. Tako je za \bar{R} mogoče izpeljati izraz:

$$\bar{R} = \frac{|\hat{T}_{21l}|^2 + R_d |\hat{T}_{22l}|^2}{\left| |\hat{T}_{11l}|^2 - R_d |\hat{T}_{12l}|^2 \right|} + \frac{\text{Re}(\hat{T}_{11l} \hat{T}_{12l}^* \hat{T}_{21l}^* \hat{T}_{22l})}{|\hat{T}_{11l} \hat{T}_{12l}|^2} \cdot \left(1 - \frac{|\hat{T}_{11l}|^2 + R_d |\hat{T}_{12l}|^2}{\left| |\hat{T}_{11l}|^2 - R_d |\hat{T}_{12l}|^2 \right|} \right), \quad (6)$$

pri čemer je $R_d = |\hat{T}_{21d}|^2/|\hat{T}_{11d}|^2$ odbojnost tankih plasti na desni strani plasti Δ . Zvezdica (*) označuje konjugirano kompleksno vrednost.

Izraz (6) je mogoče zaporedno uporabiti tudi pri več debelih nekoherentnih plasteh v interferenčni strukturi. Določitev končne odbojnosti zahteva toliko iteracij, kolikor je nekoherentnih plasti. Če za prvo nekoherentno plast označimo tisto, ki je najbližje vpadnemu mediju, za zadnjo pa tisto, ki je najbližje izstopnemu mediju, je v prvi iteraciji izračunana odbojnost od predzadnje nekoherentne plasti do izstopnega medija. Vlogo vpadnega medija v prvi iteraciji prevzame predzadnja nekoherentna plast brez izgub. Izračunana odbojnost je odbojnost desne strani R_d v drugi iteraciji, ko je upoštevana predzadnja nekoherentna plast. Vlogo vpadnega medija tokrat prevzame predpredzadnja nekoherentna plast. Postopek se zaporedno nadaljuje do prve nekoherentne plasti.

Postopek iz prejšnjega odstavka nakazuje, da v primeru več kot ene nekoherentne plasti odbojnosti ni mogoče izračunati s povprečenjem funkcije $R(\delta_{\Delta 1}, \delta_{\Delta 2}, \dots)$. Končna skupna odbojnost ni povprečna vrednost prek faznih zamikov vseh nekoherentnih plasti, kar je v nasprotju s trditvami v [6], [7] in [8].

5 TESTNA PRIMERA

V potrditev pravilnosti predlaganega postopka sta v tem razdelku predstavljena dva primera interferenčnih struktur. Prva struktura ima eno debelo nekoherentno nosilno plast, druga pa tri. Analitično izračunani poteki odbojnosti prek izbranega intervala valovnih dolžin so primerjani z rezultati, pridobljenimi s klasičnim numeričnim povprečenjem. Pri večjih nekoherentnih plasteh rezultat, izračunan s klasičnim povprečenjem, ni pravilen, zato je dodan še referenčni rezultat, pridobljen z GTMM.

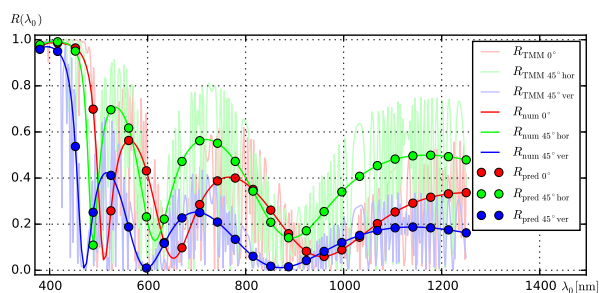
5.1 Interferenčno sito z eno nekoherentno plastjo

Interferenčno sito je sestavljeno iz tankih plasti SiO_2 in TiO_2 , ki so nanese na zgornjo in spodnjo stran debele steklene nekoherentne nosilne plasti. Vseh plasti je 21 ($n = 21$), vpadni in izstopni medij pa je zrak ($N_0 = N_{22} = 1$). Interferenčna struktura je naslednja:

- 10 tankih plasti: SiO_2 (vpadna plast) / TiO_2 / SiO_2 / TiO_2 / SiO_2 / TiO_2 / SiO_2 / TiO_2 / SiO_2 / TiO_2 / SiO_2

- nosilna plast iz stekla Schott tipa N-FK58 in
- 10 tankih plasti: $\text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2$ (izstopna plast).

Debelina vseh SiO_2 plasti je 50 nm, plasti TiO_2 pa 47 nm. Debelina steklene nosilne plasti je 0.5 mm. Vrednosti kompleksnih lomnih količnikov v odvisnosti od valovne dolžine svetlobe so za uporabljene materiale na voljo v [11] za SiO_2 , [12] za TiO_2 in [13] za steklo Schott tipa N-FK58.



Slika 3: Spekter odbojnosti $R(\lambda_0)$ interferenčnega sita, izračunan z metodo prenosnih matrik, z numeričnim povprečenjem in po predlaganem postopku. Spekter je prikazan pri vpadnih kotih $\vartheta_0 = 0^\circ$ in $\vartheta_0 = 45^\circ$ za vertikalno in horizontalno polarizacijo.

Spekter odbojnosti $R(\lambda_0)$ interferenčnega sita je prikazan na sliki 3. Slika kaže, da se analitično izračunane odbojnosti po enačbi (6) povsem ujemajo z vrednostmi, pridobljenimi z numeričnim povprečenjem. Pri tem je bilo numerično povprečenje izvedeno na sto koherentnih rezultatih, enakomerno porazdeljenih prek ene periode faznega zamika nosilne plasti. Oziroma, izraženo s spremembo debeline nosilne plasti, prek intervala debelin $[d_{11} - \frac{\Delta d_{11}}{2}, d_{11} + \frac{\Delta d_{11}}{2}]$, pri čemer je $\Delta d_{11} = \frac{1}{2} \lambda_0 (\text{Re}^2 \hat{N}_{11} - N_0^2 \sin^2 \vartheta_0)^{-\frac{1}{2}}$. Indeks 11 je za dani primer interferenčne strukture zaporedni indeks nekoherentne nosilne plasti.

Na sliki 3 so dodani tudi poteki odbojnosti $R(\lambda_0)$, če je nosilna plast obravnavana kot povsem koherentna plast. V spektru so dobro vidna ozka nefizikalna nihanja odbojnosti.

5.2 Interferenčna struktura z več nekoherentnimi plastmi

Struktura je sestavljena iz treh debelih steklenih nekoherentnih plasti, med katerimi so tanke plasti SiO_2 in TiO_2 . Vseh plasti je 19 ($n = 19$), vpadni in izstopni medij pa je zrak ($N_0 = N_{20} = 1$). Interferenčna struktura je naslednja:

- štiri tanke plasti: SiO_2 (vpadna plast) / TiO_2 / SiO_2 / TiO_2 ,
- nekoherentna plast iz stekla Schott tipa N-FK58,
- štiri tanke plasti: $\text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2$,
- nekoherentna plast iz stekla Schott tipa LASF35,
- štiri tanke plasti: $\text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2$,

- nekoherentna plast iz stekla Schott tipa N-FK58 in
- štiri tanke plasti: $\text{TiO}_2 / \text{SiO}_2 / \text{TiO}_2 / \text{SiO}_2$ (izstopna plast).

Enako kot v primeru 5.1 je debelina vseh SiO_2 plasti 50 nm, plasti TiO_2 pa 47 nm. Debelina vseh nekoherentnih steklenih plasti je 0.5 mm. Vrednosti kompleksnih lomnih količnikov so na voljo v [11], [12] in [13].

400 nm	0°	45°_{hor}	45°_{ver}	89°_{hor}	89°_{ver}	err_{max}
1	99.4	97.0	93.8	100.0	99.5	15.2
2	84.3	89.8	79.8	99.4	97.6	2.8
5	89.2	93.0	85.1	99.8	95.8	4.5
10	90.3	94.4	85.4	99.4	96.3	4.9
20	90.4	94.2	85.4	99.6	96.2	4.8
50	90.4	94.2	85.4	99.5	96.2	4.8
100	90.4	94.2	85.4	99.5	96.2	4.8
pred	86.7	90.7	81.5	99.3	95.5	0.0
GTMM	86.7	90.7	81.5	99.3	95.5	

800 nm	0°	45°_{hor}	45°_{ver}	89°_{hor}	89°_{ver}	err_{max}
1	86.8	13.5	0.1	99.9	81.0	98.9
2	12.1	27.4	10.1	98.6	96.3	3.9
5	12.0	26.7	9.8	97.4	94.5	1.9
10	12.0	26.7	9.8	97.4	92.8	0.8
20	12.0	26.7	9.8	97.8	92.8	0.8
50	12.0	26.7	9.8	97.8	92.8	0.8
100	12.0	26.7	9.8	97.8	92.8	0.8
pred	11.9	26.5	9.8	97.5	92.7	0.0
GTMM	11.9	26.5	9.8	97.5	92.7	

Tabela 1: Vrednosti odbojnosti $R(\lambda_0)$ interferenčne strukture s tremi nekoherentnimi plastmi pri valovni dolžini svetlobe $\lambda_0 = 400$ nm in 800 nm. Odbojnosti so izračunane z numeričnim povprečenjem, s predlaganim postopkom in z GTMM pri vpadnih kotih $\vartheta_0 = 0^\circ, 45^\circ$ in 89° za vertikalno in horizontalno polarizacijo. Pri rezultatih, izračunanih z numeričnim povprečenjem, prvi stolpec podaja število enakomerno porazdeljenih faznih zamikov posamezne nekoherentne plasti, uporabljenih za izračun povprečja. Vse odbojnosti so podane v odstotkih. Zadnji stolpec podaja največje relativno odstopanje od vrednosti GTMM. Pri tem je $err_{\text{max}} = \max \frac{|R(\vartheta_0, \text{pol}) - R_{\text{GTMM}}|}{R_{\text{GTMM}}} 100\%$, $\vartheta_0 \in \{0^\circ, 45^\circ, 89^\circ\}$, pol $\in \{\text{hor}, \text{ver}\}$.

Analitično izračunane odbojnosti po enačbi (6), tj. vstici pred v tabeli 1, se povsem ujemajo z referenčnimi vrednostmi GTMM. Povprečenje prek ene periode faznega zamika po posameznih nekoherentnih plasteh tokrat ne da pravilnega rezultata, kot v primeru 5.1 z eno nosilno plastjo. Napaka se z večanjem števila enakomerno porazdeljenih faznih zamikov sicer zmanjšuje, vendar tudi ob zelo velikem številu nekoherentnih izračunov ne pade na nič. Oziroma, za splošni primer z l nekoherentnimi plastmi z indeksi m_1, m_2, \dots, m_l lahko sklepamo, da velja

$$R_{\text{GTMM}} = err + \frac{1}{\Delta d_{m_1} \dots \Delta d_{m_l}} \cdot \int_{d_{m_1} - \frac{\Delta d_{m_1}}{2}}^{d_{m_1} + \frac{\Delta d_{m_1}}{2}} \dots \int_{d_{m_l} - \frac{\Delta d_{m_l}}{2}}^{d_{m_l} + \frac{\Delta d_{m_l}}{2}} R dd_{m_1} \dots dd_{m_l},$$

pri čemer je sprememba debeline m_o -te nekoherentne plasti, ki se izrazi v eni periodi faznega zamika, enaka

$$\Delta d_{m_o} = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{\operatorname{Re}^2 \hat{N}_{m_o} - N_0^2 \sin^2 \vartheta_0}} \quad o = 1, 2, \dots, l,$$

napaka *err* pa je na splošno različna od nič.

V obravnavani interferenčni strukturi s tremi nekoherentnimi plastmi ($l = 3$) so zaporedni indeksi debelih steklenih plasti enaki $m_1 = 5$, $m_2 = 10$ in $m_3 = 15$.

6 SKLEP

V članku je izpeljan nov postopek izračuna optične odbojnosti tankoplastne interferenčne strukture z eno ali več debelimi nekoherentnimi plastmi. Predlagana metoda temelji na metodi prenosnih matrik. Klasično modeliranje nekoherentnih plasti s povprečjem koherentnih rezultatov je nadomeščeno s povprečenjem prek dodatnih brezizgubnih plasti.

Z dodajanjem enakovrednih brezizgubnih plasti za nekoherentnimi plastmi postane povprečenje analitično rešljiv problem. To pomeni, da je za izračun končne odbojnosti potreben le en koherenten izračun. Pravilnost postopka je preverjena na dveh primerih z eno in s tremi nekoherentnimi plastmi. Primerjava rezultatov z referenčnimi vrednostmi GTMM v celoti potrди verodostojnost predlaganega postopka, medtem ko se izkaže, da klasično povprečenje v primerih z več kot eno nekoherentno plastjo odpove.

ZAHVALA

Raziskavo je omogočilo Ministrstvo za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo Republike Slovenije v okviru programa P2-0246 - Algoritmi in optimizacijski postopki v telekomunikacijah.

LITERATURA

- [1] Z. Knittl, *Optics of Thin Films (An Optical Multilayer Theory)*, John Wiley & Sons, 1976.
- [2] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics (Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light)*, Cambridge University Press, 2002.
- [3] H. A. Macleod, *Thin-Film Optical Filters*, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010.
- [4] S. Larouche, L. Martinu, *OpenFilters: open-source software for the design, optimization, and synthesis of optical filters*, *Applied Optics*, vol. 47, no. 13, pp. C219–C230, 2008.
- [5] S. J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Rutgers University, 2010.
- [6] M. C. Tropicovsky, A.S. Sabau, A.R. Lupini, Z. Zhang, *Transfer-matrix formalism for the calculation of optical response in multilayer systems: from coherent to incoherent interference*, *Optics Express*, vol. 18, no. 24, pp. 24715–24721, 2010.
- [7] J. S. C. Prentice, *Coherent, partially coherent and incoherent light absorption in thin-film multilayer structures*, *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 33, no. 24, pp. 3139–3145, 2000.
- [8] R. Santbergen, A. H. M. Smets, M. Zeman, *Optical model for multilayer structures with coherent, partly coherent and incoherent layers*, *Optics Express*, vol. 21, no. S2, pp. A262–A267, 2013.

- [9] K. Kang, S. Lee, J. Kim, S. Kim, Y. Han, S. Baek, *A Simple Numerical Modeling of the Effect of the Incoherent Thick Substrate in Thin-Film Solar Cells Based on the Equispaced Thickness Method*, *IEEE Photonics Journal*, vol. 8, no. 5, pp. 1–12, 2016.
- [10] C. C. Katsidis, D.I. Siapkas, *General transfer-matrix method for optical multilayer systems with coherent, partially coherent and incoherent interference*, *Applied Optics*, vol. 41, no. 19, pp. 3978–3987, 2002.
- [11] L. Gao, F. Lemarchand, M. Lequime, *Refractive index determination of SiO₂ layer in the UV/Vis/NIR range: spectrophotometric reverse engineering on single and bi-layer designs*, *Journal of the European Optical Society Rapid Publications*, vol. 8, pp. 1990–2573, 2013.
- [12] T. Siefke, S. Kroker, K. Pfeiffer, O. Puffky, K. Dietrich, D. Franta, I. Ohlídal, A. Szeghalmi, E.B. Kley, A. Tünnermann, *Materials Pushing the Application Limits of Wire Grid Polarizers further into the Deep Ultraviolet Spectral Range*, *Advanced Optical Materials*, vol. 4, no. 11, pp. 1780–1786, 2016.
- [13] *Schott Optical Glass Data Sheet*, Schott AG, <http://www.schott.com>, 2015.

Janez Puhan je leta 2000 doktoriral s področja elektrotehnike na Univerzi v Ljubljani. Je asistent na Fakulteti za elektrotehniko. Njegovo področje raziskovanja obsega modeliranje, simulacijo in optimizacijske postopke.