ELEKTROTEHNIŠKI VESTNIK 92(3): 97–103, 2025
IZVIRNI ZNANSTVENI ČLANEK

Oddaljenost neperiodičnih binarnih zaporedij glede na dve meri avtokorelacijskih lastnosti

Janez Brest[1], **Aljaž Brest, Blaž Pšeničnik, Jan Popič, Borko Bošković**

Laboratorij za računalniške arhitekture in jezike, Inštitut za računalništvo, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru, Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija

[1] *E-naslov: janez.brest@um.si*

Povzetek. V članku opisujemo binarna zaporedja, kjer se omejimo na aperiodične avtokorelacijske funkcije. V literaturi sta znani dve meri za ocenitev avtokorelacijskih lastnosti, in sicer merit faktor in najvišji nivo stranskega režnja. V praksi so potrebna binarna zaporedja, ki imajo čim boljšo vrednost glede na eno ali drugo mero, saj želimo pri komunikacijah poslati signal najboljše kakovosti z najmanjšo porabo energije. Znano je tudi, da če želimo izboljšati eno mero, drugo pokvarimo. V članku nas zanima, koliko sta narazen dve binarni zaporedji, kjer eno optimiziramo glede na merit faktor, drugo pa na najvišji nivo stranskega režnja. Odgovorimo tudi na vprašanje, ali je pri optimizaciji smiselno uporabiti sinergijo obeh mer.

Ključne besede: binarna zaporedja, nizke avtokorelacijske vrednosti, najvišji stranski reženj, merit faktor

Distance of nonperiodic binary sequences with respect to two measures of autocorrelation properties

The paper describes binary sequences of aperiodic autocorrelation functions. Two measures to evaluate the autocorrelation properties are known in the literature, i.e., the merit factor and the peak sidelobe level. In practice, binary sequences of the best possible value with respect to one or the other measure should be used as communication systems need to transmit the signal of optimal quality while minimizing power consumption. As known, when one measure is improved, the other deteriorates. The paper investigates how far the two binary sequences are apart when they are optimized according to both measures. The issue of whether using both measures together is beneficial for problem optimization is also discussed.

Keywords: binary sequences, low autocorrelation functions, peak sidelobe level, merit factor

1 UVOD

Binarna zaporedja, ki imajo dobre avtokorelacijske lastnosti, so v praksi zelo zaželena. Njihovo uporabnost najdemo v digitalnih komunikacijah, procesiranju signalov [25], [26], [13] in kriptografiji, z njimi pa se ukvarjajo tudi v fiziki [2], [21], kemiji in matematiki [3], [1], [23], [4], [12], [24].

Uporaba takšnih zaporedij v digitalnih komunikacijah omogoča učinkovit prenos informacij. Najenostavnejša fazna modulacija preklaplja med dvema fazama, po navadi med $0°$ in $180°$, kar lahko označimo s $+$ in $-$. Takšno zaporedje je sestavljeno iz elementov dveh vrednosti, zato ga imenujemo binarno zaporedje. Cilj satelitskih komunikacij je poslati signal najboljše kakovosti z najmanjšo porabo moči in najmanjšo pasovno širino s pomočjo najenostavnejše strojne opreme [27].

Na iskanje binarnih zaporedij lahko pogledamo kot na optimizacijski problem. V literaturi sta znani dve meri, s katerima ocenimo, kako dobre avtokorelacijske lastnosti ima dano binarno zaporedje. To sta Golayev faktor (angl. Golay's merit factor) [16] in najvišji nivo stranskega režnja (angl. Peak Sidelobe Level) [19]. Golayev faktor bomo označili z MF, najvišji nivo stranskega režnja pa s PSL.

Razlikujemo dve skupini avtokorelacijskih funkcij: periodične in aperiodične (neperiodične). Za prvo skupino v literaturi najdemo konstrukcijske metode za generiranje binarnih zaporedij, ki ustrezajo nekaterim kriterijem. Pregledni članek [15] predstavlja aperiodična zaporedja in njihovo uporabo pri aktivnem zaznavanju. V tem članku se bomo omejili na aperiodična binarna zaporedja. Omenimo še predhodni objavi na konferenci ERK [7], [10].

Osnovno vprašanje, s katerim se ukvarjamo v članku, je sledeče. Dani imamo binarni zaporedji dolžine L in prvo zaporedje naj ima minimalno vrednost PSL, drugo pa maksimalno vrednost MF. Zanima nas, koliko se razlikujeta ti binarni zaporedji.

Glavna doprinosa v članku sta naslednja:

- Podan je odgovor, za koliko se razlikujeta binarni zaporedji dolžine L, če primerjamo tisto z najboljšim merit faktorjem s tisto z najboljšo vrednostjo PSL.
- Na podlagi eksperimentalnega dela smo izpeljali odvisnost med razliko binarnih zaporedij in njihovo

Prejet 6. marec, 2025
Odobren 18. april, 2025

dolžino.

Preostanek članka je organiziran sledeče. V 2. poglavju opišemo problem iskanja aperiodičnih binarnih zaporedij z nizkimi avtokorelacijskimi vrednostmi. V 3. poglavju predstavljamo osrednji del članka. V njem podamo glavni rezultat, kako je razdalja med binarnimi zaporedji z najboljšimi znanimi vrednostmi MF in zaporedji z najboljšimi znanimi vrednostmi PSL odvisna od njihove dolžine. Sledi zaključno poglavje, kjer podamo kratko diskusijo in izpostavimo smernice za nadaljnje raziskave.

2 Opis problema

Binarno zaporedje S:

$$S = (s_0, s_1, \ldots, s_{L-1}), \tag{1}$$

dolžine L je zaporedje, kjer imajo vsi elementi $s_i,\ i \in \{0, \ldots, L-1\}$ le dve vrednosti, in sicer $+1$ ali -1. Aperiodična avtokorelacijska funkcija binarnega zaporedja S pri zamiku k je definirana kot:

$$C_k(S) = \sum_{i=0}^{L-k-1} s_i s_{i+k},$$
$$\text{za } k = -(L-1), \ldots, -1, 0, 1, \ldots, L-1. \tag{2}$$

Prva mera, s katero opišemo kakovost binarnega zaporedja, je najvišji nivo stranskega režnja, ki je definirana [20]:

$$\mathrm{PSL}(S) = \max_{k=1}^{L-1} |C_k(S)|. \tag{3}$$

Glavni cilj v praksi je poiskati binarna zaporedja, ki imajo minimalno vrednost PSL. Reženj C_0 imenujemo *glavni reženj*, preostali ($C_k, k = 1, 2, ..., L-1$) pa predstavljajo *stranske režnje*. Stranski režnji so simetrični, kar lahko vidimo tudi v enačbi (2), in se pojavijo na obeh straneh ob glavnem režnju. Želimo, da imajo binarna zaporedja čim nižjo vrednost PSL.

Druga mera za kakovost binarnega zaporedja S je Golayev faktor MF [17], ki ga izračunamo:

$$\mathrm{MF}(S) = \frac{L^2}{2E(S)}, \tag{4}$$

kjer je *energija* E zaporedja S definirana kot:

$$E(S) = \sum_{k=1}^{L-1} C_k^2. \tag{5}$$

Želimo, da imajo binarna zaporedja čim višji MF, kar z drugimi besedami pomeni čim manjšo energijo E.

Naj bo S_L množica vseh binarnih zaporedij dolžine L. Z $\mathrm{MF_L}$ označimo optimalno (maksimalno) vrednost merit faktorja v množici S_L:

$$\mathrm{MF_L} = \max_{S \in S_L} \mathrm{MF}(S). \tag{6}$$

V splošni obliki problem labs (binarna zaporedja z nizkimi avtokorelacijskimi vrednostmi) lahko zapišemo kot [19]:

$$\limsup_{L\to\infty} \ \mathrm{MF_L}. \tag{7}$$

Vrednost limite v enačbi (7) še dandanes ostaja neznanka in problem labs nerešen. Golay [18] je zapisal domnevno asimptotično vrednost $\mathrm{MF} = 12{,}3248$ za zelo dolga zaporedja. Do danes še ne poznamo binarnega zaporedja, ki bi imelo $\mathrm{MF} \geq 10$ pri $L > 13$, čeprav računalniška zmogljivost raste iz dneva v dan in nam omogoča iskanje daljših zaporedij.

2.1 Zgled

Prikažimo izračun avtokorelacijskih funkcij na binarnem zaporedju s sedmimi elementi ($L = 7$):

$$S = (s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6).$$

S pomočjo enačbe (2) izračunamo vrednosti avtokorelacijskih funkcij C_k za $k = 1, 2, \ldots, 6$:

$$\begin{aligned}
C_1 &= s_0s_1 + s_1s_2 + s_2s_3 + s_3s_4 + s_4s_5 + s_5s_6,\\
C_2 &= s_0s_2 + s_1s_3 + s_2s_4 + s_3s_5 + s_4s_6,\\
&\ \vdots\\
C_6 &= s_0s_6.
\end{aligned}$$

Člen C_0 smo izpustili, saj ni vključen v enačbah (3) in (4). Omenimo, da ima vsak C_k natanko $L-k$ elementov. Za nekaj primerov zaporedij za $L = 7$ in $L = 21$ so izračunane vrednosti PSL in MF prikazane v tabeli 1. Izpostavimo lahko:

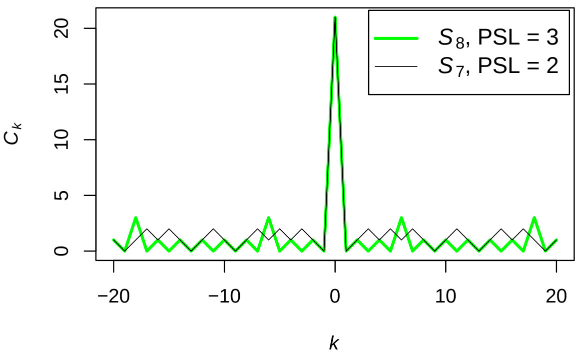
- Pri dolžini $L = 7$ lahko opazimo, da ima binarno zaporedje s $\mathrm{PSL} = 1$ vrednost $\mathrm{MF} = 8{,}16667$ (to je S_4), torej najnižji PSL in najvišji MF.
- Pri dolžini $L = 21$ pa lahko opazimo, da najnižji PSL in najvišji MF nista v korelaciji, torej vidimo, da ima binarno zaporedje S_7 vrednosti $\mathrm{PSL} = 2$ (najnižji znani PSL) in $\mathrm{MF} = 6{,}48529$, medtem ko ima binarno zaporedje S_8 vrednosti $\mathrm{MF} = 8{,}48077$ (najvišji znani MF) in $\mathrm{PSL} = 3$.

Absolutne vrednosti avtokorelacijskih funkcij za binarni zaporedji S_7 in S_8 so prikazane na sliki 1. Pri zaporedju S_8 opazimo, da imata C_6 in C_{18} vrednost -3 (absolutno vrednost 3) ter simetrično enako na levi strani slike. Čeprav ima zaporedje S_7 slabšo vrednost PSL, dosega boljšo (višjo) vrednost MF.

Zaporedje S_4, kjer je $\mathrm{PSL} = 1$, je tudi optimalno za dolžino 7 in je znano kot Barkerjevo zaporedje (po definiciji so to zaporedja s $\mathrm{PSL} = 1$). Omenimo še, da ima najdaljše znano Barkerjevo zaporedje dolžino $L = 13$.

Tabela 1: Vrednosti PSL in MF izbranih binarnih zaporedij dolžin $L = 7$ in $L = 21$.

L	Binarno zaporedje	PSL	MF
7	$S_1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$	6	0,26923
7	$S_2 = (-1, -1, -1, 1, 1, 1, 1)$	4	0,7
7	$S_3 = (1, -1, 1, 1, 1, 1, 1)$	3	$1,28947$
7	$S_4 = (1, 1, 1, -1, -1, 1, -1)$	**1**	**8,16667**
21	$S_5 = (1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1)$	20	0,07682
21	$S_6 = (-1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, -1)$	3	2,97973
21	$S_7 = (-1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1)$	**2**	6,48529
21	$S_8 = (-1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, -1)$	3	**8,48077**



Slika 1: Primera avtokorelacijskih funkcij (absolutne vrednosti) za binarni zaporedji S_7, in S_8 dolžine $L = 21$, ki imata vrednosti PSL $= 2$ in 3.

2.2 *Zakaj je problem* labs *zahteven?*

Pri majhnih vrednostih L (kratka binarna zaporedja) lahko optimalno (minimalno) vrednost PSL izračunamo z *eksaktnim algoritmom*, s katerim izračunamo vrednost PSL za vse možne razvrstitve -1 in 1 v danem binarnem zaporedju. Vseh možnosti je 2^L (če upoštevamo še simetrije, pa je vseh možnosti približno 2^{L-3}), zato problem iskanja binarnih zaporedij z nizkimi avtokorelacijami spada med probleme z eksponentno časovno zahtevnostjo, torej $O(2^n)$. Podobno velja za iskanje binarnih zaporedij z maksimalnim MF.

Iskalni prostor problema labs je zelo skokovit in nazobčan ter ima mnogo lokalnih optimumov. Če naredimo majhno spremembo znotraj zaporedja S, ko npr. zamenjamo en predznak $s_i = -s_i$, energija (glej enačbo (5)) močno spremeni svojo vrednost, kar posredno vpliva tudi na MF, oziroma tudi na PSL.

Z uporabo poljubnega eksaktnega algoritma ne pridemo prav daleč (približno do vrednosti $L = 35$ na današnjem osebnem računalniku). Doslej so s pomočjo zmogljivih paralelnih računalnikov eksaktno izračunali zaporedja do velikosti $L \leq 66$ [23]. Kot zanimivost povejmo, da so bili leta 1996 znani rezultati za $L \leq 60$ [21]. Potrebni sta bili dve desetletji, da se je meja premaknila s 60 na 66.

Pri problemu labs obstajajo tudi *simetrije*. Na primer, če v zaporedju zamenjamo vse -1 z 1 in obratno, dobimo prvo simetrijo. O preostalih simetrijah pa lahko bralec razlago s primeri najde v [6]. Povejmo, da imajo zaporedja lihih dolžin vsaj 4 simetrične optimalne rešitve, zaporedja sodih dolžin pa imajo vsaj 8 simetričnih rešitev [6]. Z uporabo simetrij se iskalni prostor le nekoliko zmanjša, a z večanjem L iskalni prostor raste eksponentno.

Samo pri lihih dolžinah, $L = 2k - 1$, je definiran poseben razred binarnih zaporedij, imenovanih "popačeno-simetrična binarna zaporedja" (angl. "skew-symmetric binary sequences") (našli smo tudi prevod "poševno-simetrična", v drugem slovarju "skew" prevajajo kot asimetrično):

$$s_{k+1} = (-1)^i s_{k-i}, \;\; i = 1, 2, \ldots, k-1. \qquad (8)$$

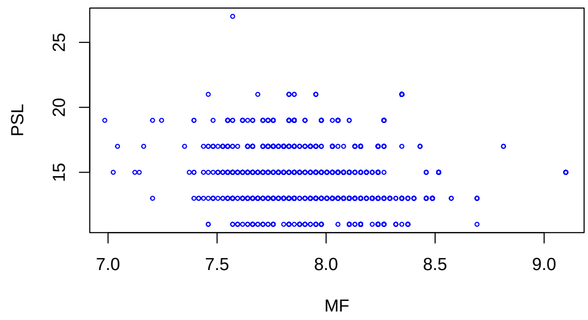
Ta oblika simetrije občutno zmanjša dejansko velikost iskalnega prostora – dimenzija iskalnega prostora se prepolovi, vendar dobljene najboljše rešitve popačeno-simetričnih binarnih zaporedij pri nekaterih dolžinah niso nujno optimalne med vsemi binarnimi zaporedji. Na primer, zaporedji S_4 in S_8 v tabeli 1 sta optimalni med vsemi zaporedji dolžin 7 in 21, hkrati pa sta tudi popačeno-simetrični. Pri dolžini $L = 19$ pa optimalno zaporedje ni popačeno-simetrično.

Optimalne rešitve za binarna zaporedja so znane do $L \leq 66$, medtem ko so najboljše znane rešitve s popačeno simetrijo (optimalne s to simetrijo) za $L \leq 119$ [23]. Pri dolgih zaporedjih ($L > 200$) se rešitve s to simetrijo pravzaprav izkažejo za kar precej dobre rešitve.

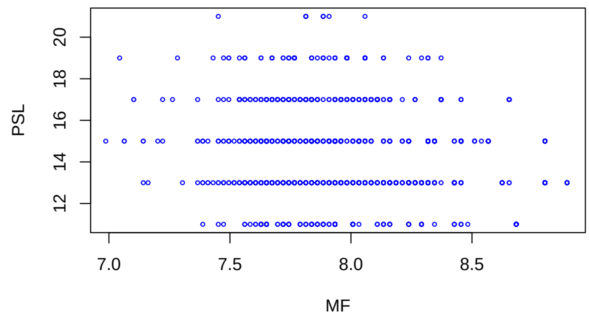
3 Eksperimentalni rezultati

V poglavju 2.1 smo pri binarnem zaporedju dolžine $L = 21$ opazili, da najnižji PSL in najvišji MF nista v korelaciji, saj ima binarno zaporedje S_7 PSL $= 2$ in MF $= 6{,}485$, medtem ko ima zaporedje S_8 PSL $= 3$ in MF $= 8{,}48$. Pri krajšem zaporedju $L = 7$ pa pri istem binarnem zaporedju opazimo najnižji PSL in najvišji MF.

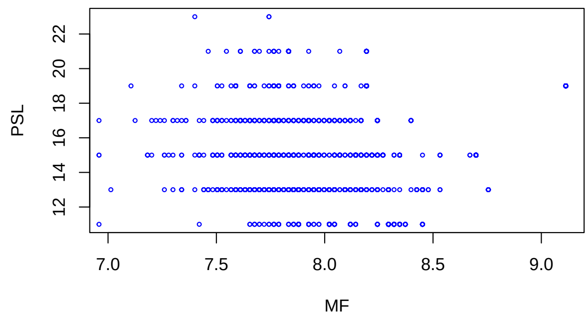
Poglejmo si še nekaj rezultatov eksperimenta, v katerem smo hevristični algoritem [8], [11] uporabili za iskanje binarnih zaporedij glede na mero MF. En zagon



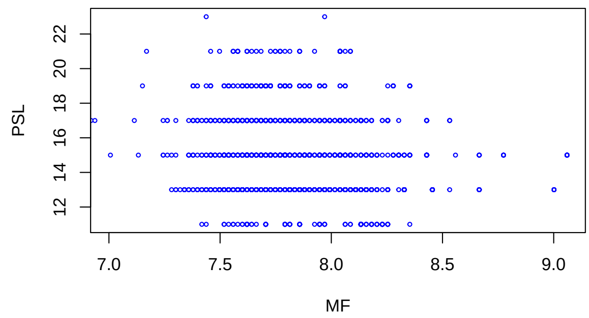
(a) $L = 201$



(b) $L = 203$



(c) $L = 207$



(d) $L = 211$

Slika 2: Točka na grafih pri dolžinah 201, 203, 207 in 211 predstavlja par PSL–MF. Po optimizaciji glede na mero MF smo pri najdenem binarnem zaporedju odčitali vrednost PSL. Opazimo lahko, da najvišji MF nima najboljšega (najnižjega) PSL in obratno.

hevrističnega algoritma je trajal štiri dni in na koncu optimizacijskega postopka smo kot rezultat dobili binarno zaporedje in pripadajočo vrednost MF ter izračunali še vrednost PSL. Poudariti želimo, da med optimizacijskim postopkom nismo uporabljali mere PSL. Dobljeni rezultati pri dolžinah 201, 203, 207 in 211 so prikazani na sliki 2. S slike lahko razberemo, da se dobljene rešitve razlikujejo glede na vrednosti MF in da najvišji MF nima najnižjega (najboljšega) PSL. Velja tudi obratno. Kar lahko zaključimo, je, da se binarna zaporedja pri dani dolžini lahko razlikujejo, če jih optimiziramo glede na mero MF oziroma glede na mero PSL.

Zanima nas, koliko se razlikujeta binarni zaporedji, kjer ima prvo zaporedje minimalno vrednost PSL, drugo pa maksimalno vrednost MF. Razliko binarnih zaporedjih S in T dolžine L lahko zapišemo:

$$d = d(S,T) = \sum_{i=0}^{L-1} d_i, \tag{9}$$

kjer je

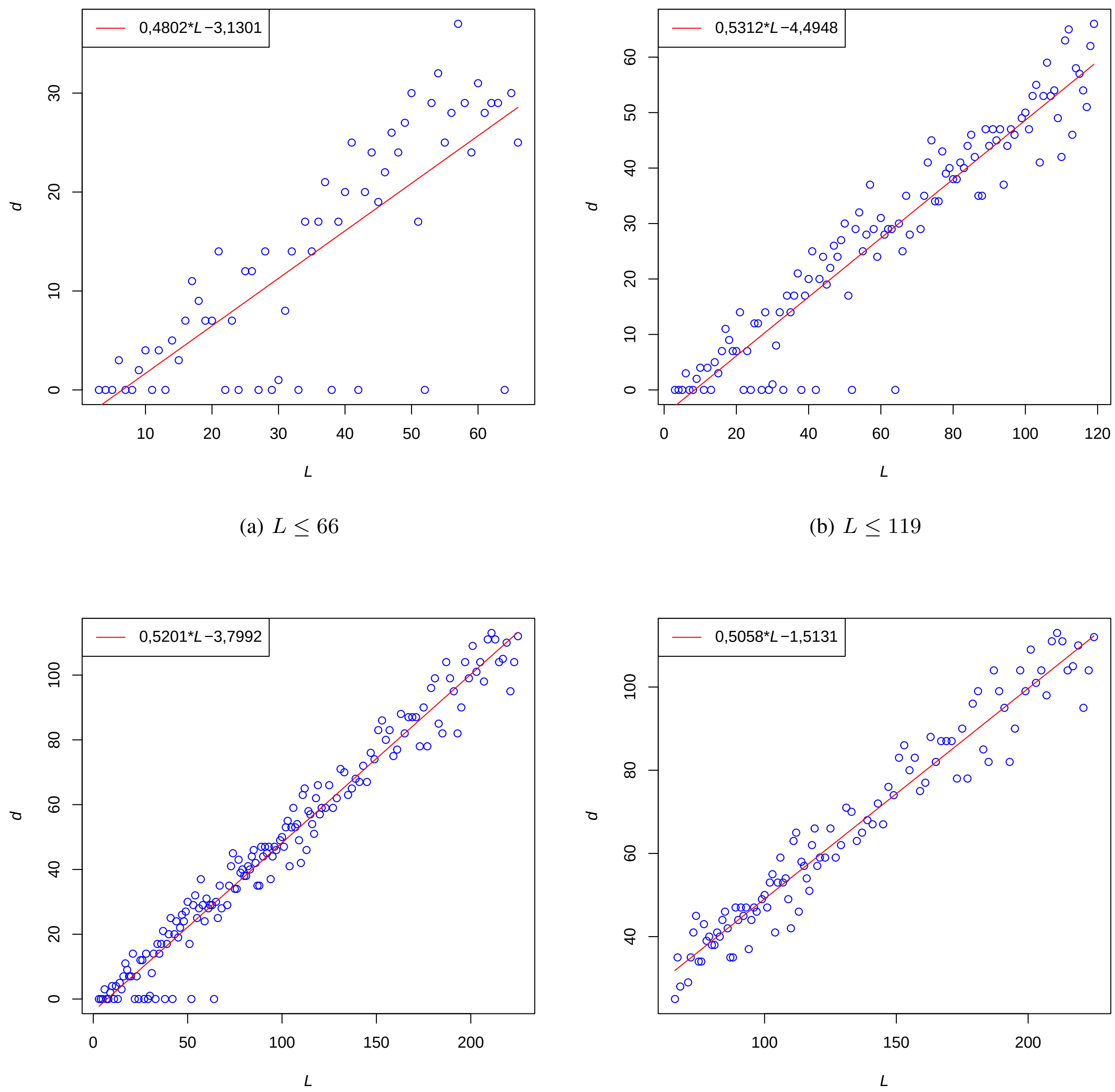
$$d_i = \begin{cases} 1, & S_i = T_i \\ 0, & S_i \neq T_i \end{cases}. \tag{10}$$

Na primer, zaporedji S_1 in S_2 iz tabele 1 se razlikujeta v treh elementih, saj je $d(S_1, S_2) = 3$.

Slika 3 prikazuje, kako s povečevanjem dolžine L raste razlika d, ki smo jo izračunali po enačbi (9) in ki pove, v koliko elementih se razlikujeta primerjani binarni zaporedji pri danem L. Spomnimo, da imata primerjani zaporedji v literaturi znani najboljši MF oziroma PSL.

Na sliki 3 prikazujemo grafe z odvisnostjo razlike d od dolžine L, pri čemer smo izbrali štiri različne intervale glede na L:

- Slika 3a prikazuje rezultate za binarna zaporedja do dolžine $L \leq 66$. To so zaporedja, pri katerih so MF optimalni. Odvisnost med razliko d in dolžino L je linearna, a samo korelacijsko prileganje je slabo ($R^2 = 0{,}59$).
- Na sliki 3b so prikazani rezultati za $L \leq 119$. Do 119 so znani optimalni rezultati za zaporedja s popačeno simetrijo. Korelacijsko prileganje je kar dobro, saj je $R^2 = 0{,}89$.
- Rezultati do $L \leq 225$ so prikazani na sliki 3c, kjer spet vidimo linearno odvisnost z $R^2 = 0{,}96$.



(a) $L \leq 66$ (b) $L \leq 119$

(c) $L \leq 225$ (d) $66 \leq L \leq 225$

Slika 3: Razlika med binarnima zaporedjema, kjer ena vsebuje najboljši (znani) MF in druga vsebuje najboljši (znani) PSL dolžine (a) do 66, (b) do 119, (c) do 225 in (d) od 66 do 225.

- Na sliki 3d pa prikazujemo rezultate na intervalu $66 \leq L \leq 225$. Spet opazimo linearno odvisnost med razliko d in dolžino L.

Odvisnost med razliko d in dolžino L je v vseh štirih primerih na sliki 3 linearna, in sicer v primeru $L \leq 225$, kjer imamo zajeta binarna zaporedja na najširšem intervalu:

$$d = 0{,}5201 \times L - 3{,}7992. \tag{11}$$

Pri izračunu smo uporabili binarna zaporedja do dolžine 225, za katere lahko sklepamo, da so njihove trenutno najboljše znane vrednosti MF zelo visoke. Tudi korelacijsko ujemanje na sliki 3c je kar visoko. In kaj to pomeni? Razlika med binarnimi zaporedji z maksimiziranim merit faktorjem in binarnimi zaporedji z minimiziranim (to je najboljšim) nivojem stranskega režnja znaša približno $L/2$.

Pri izračunu razlik smo uporabili kanonično obliko pri obeh binarnih zaporedjih, to je osnovna oblika, ko imamo v mislih še simetrije. Da smo narisali sliko 3, smo uporabili najboljša znana (za krajša zaporedja optimalna) binarna zaporedja iz literature:

- za MF: [6], [8], [11], [5] in
- za PSL: [22], [14], [9].

Na sliki 3 opazimo, da je $d = 0$ pri vseh Barkerjevih binarnih zaporedjih 2, 3, 4, 5, 7, 11 in 13 ter pri dolžinah 22, 24, 27, 29, 33, 38, 42, 52 in 64. Pri binarnih zaporedjih ostalih dolžin do $L \leq 225$ pa je $d > 0$. Spomnimo, da $d = 0$ pomeni, da ima binarno zaporedje hkrati najboljši MF in najboljši PSL. Naši eksperimentalni rezultati kažejo, da ima lastnost $d = 0$ najdaljše binarno zaporedje pri $L = 64$.

4 Zaključek

V članku smo opisali binarna zaporedja z dobrimi aperiodičnimi avtokorelacijskimi lastnostmi. Osrednji doprinos v članku je izračun, ki temelji na eksperimentalnih rezultatih in ki prikaže odvisnost razdalje med binarnimi zaporedji z najboljšim merit faktorjem in najboljšim PSL od dolžine teh zaporedij.

Predlagan izračun odvisnosti razdalje med binarnimi zaporedji z najboljšim merit faktorjem in najboljšim PSL temelji na eksperimentalnem delu, in ne na strogo teoretičnem dokazu.

Ugotovitve v tem članku so lahko koristne predvsem za raziskovalce, ki se želijo lotiti optimizacije iskanja binarnih zaporedij z visokimi merit faktorji. Namreč, izognejo se lahko preiskovanju iskalnega prostora binarnih zaporedij, ki so dovolj blizu binarnim zaporedjem z najboljšim PSL.

Splošna oblika problema labs, ki je prikazana v enačbi (7), še dandanes ostaja nerešena in zato je ta problem tako raziskovalno zanimiv.

Kot nadaljnje delo omenimo možnost uporabe katere druge metrike za razdaljo (npr. Levenshteinova razdalja) namesto uporabljene razdalje, ki pove le število elementov, v katerih se primerjani binarni zaporedji razlikujeta.

Zahvala

J. Brest, A. Brest, J. Popič in B. Bošković priznavajo financiranje članka Javne agencije za znanstvenoraziskovalno in inovacijsko dejavnost, raziskovalni program P2-0041 – Računalniški sistemi, metodologije in inteligentne storitve.

Literatura

[1] J.M. Baden. Efficient optimization of the merit factor of long binary sequences. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 57(12):8084–8094, Dec 2011.

[2] J. Bernasconi. Low autocorrelation binary sequences: statistical mechanics and configuration space analysis. *J. Physsique*, 48:559–567, April 1987.

[3] P. Borwein, K.-K.S. Choi, and J. Jedwab. Binary sequences with merit factor greater than 6.34. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(12):3234–3249, Dec 2004.

[4] Borko Bošković and Janez Brest. Two-phase optimization of binary sequences with low peak sidelobe level value. *Expert Systems with Applications*, 251, 2024. Art. no. 124032.

[5] Borko Bošković, Jana Herzog, and Janez Brest. Parallel self-avoiding walks for a low-autocorrelation binary sequences problem. *Journal of Computational Science*, 2024. Art. no. 102260.

[6] B. Bošković, F. Brglez, and J. Brest. Low-Autocorrelation Binary Sequences: On Improved Merit Factors and Runtime Predictions to Achieve Them. *Appl. Soft Comput.*, 56:262–285, 2017.

[7] Janez Brest and Borko Bošković. LABS – binarna zaporedja z nizkimi avtokorelacijami. In *ERK 2017, Zbornik šestindvajsete mednarodne Elektrotehniške in računalniške konference ERK 2017 (ERK), Portorož*, pages 371–374. IEEE, 2017.

[8] Janez Brest and Borko Bošković. A heuristic algorithm for a low autocorrelation binary sequence problem with odd length and high merit factor. *IEEE Access*, 6:4127–4134, 2018.

[9] Janez Brest and Borko Bošković. Low Autocorrelation Binary Sequences: Best-Known Peak Sidelobe Level Values. *IEEE Access*, 9:67713–67723, 2021.

[10] Janez Brest and Borko Bošković. Neperiodična binarna zaporedja z dobrimi avtokorelacijskimi lastnostmi: nizke vrednosti stranskih režnjev. In *ERK 2022, 31. Mednarodna Elektrotehniška in računalniška konferenca (ERK), Portorož*, pages 355–358. IEEE, 2022.

[11] Janez Brest and Borko Bošković. Computational search of long skew-symmetric binary sequences with high merit factors. *MENDEL*, 28(2):17–24, Dec. 2022.

[12] Janez Brest, Jan Popič, Jana Herzog, and Borko Bošković. An efficient algorithm for designing long aperiodic binary sequences with low auto-correlation sidelobes. *IEEE Access*, 2024.

[13] Miroslav Dimitrov. On the skew-symmetric binary sequences and the merit factor problem. *Digital Signal Processing*, 156:104793, 2025.

[14] Miroslav Dimitrov, Tsonka Baicheva, and Nikolay Nikolov. Hybrid Constructions of Binary Sequences With Low Autocorrelation Sideobes. *IEEE Access*, 9:112400–112410, 2021.

[15] Enrique García, José A Paredes, Fernando J Álvarez, M Carmen Pérez, and Juan Jesús García. Spreading sequences in active sensing: A review. *Signal Processing*, 106:88–105, 2015.

[16] M Golay. The merit factor of Legendre sequences (corresp.). *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(6):934–936, 1983.

[17] M. J. E. Golay. Sieves for low autocorrelation binary sequences. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 23(1):43–51, 1977.

[18] M. J. E. Golay. The merit factor of long low autocorrelation binary sequences. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 28(3):543–549, 1982.

[19] Jonathan Jedwab et al. A survey of the merit factor problem for binary sequences. In *SETA*, pages 30–55. Springer, 2004.

[20] Jonathan Jedwab and Kayo Yoshida. The peak sidelobe level of families of binary sequences. *IEEE transactions on information theory*, 52(5):2247–2254, 2006.

[21] S. Mertens. Exhaustive search for low-autocorrelation binary sequences. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 29:473–481, 1996. http://www-e.uni-magdeburg.de/mertens/-research/labs/open.dat.

[22] Carroll J Nunn and Gregory E Coxson. Best-known autocorrelation peak sidelobe levels for binary codes of length 71 to 105. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 44(1), 2008.

[23] Tom Packebusch and Stephan Mertens. Low autocorrelation binary sequences. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 49(16):165001, 2016.

[24] Blaž Pšeničnik, Rene Mlinarič, Janez Brest, and Borko Bošković. Dual-step optimization for binary sequences with high merit factors. *arXiv preprint arXiv:2409.07222*, 2024.

[25] Abhisek Ukil. Low autocorrelation binary sequences: Number theory-based analysis for minimum energy level, barker codes. *Digit. Signal Process.*, 20(2):483–495, March 2010.

[26] Abhisek Ukil. On asymptotic merit factor of low autocorrelation binary sequences. In *Industrial Electronics Society, IECON 2015-41st Annual Conference of the IEEE*, pages 004738–004741. IEEE, 2015.

[27] Vid Vrh, Luka Kavčič, Jaša Vid Meh Peer, Mihael Zeme, Jan Luka Verček, Neja Flogie, Luka Mlakar, Andraž Pavliha, Grega Blatnik, Marko Jankovec, et al. Trajnostni pristopi k satelitskemu teleportu. *Elektrotehniski Vestnik*, 91(3):138–142, 2024.

Janez Brest je s področja računalništva in informacijskih tehnologij na Univerzi v Mariboru diplomiral, magistriral in doktoriral v letih 1995, 1998 in 2000. Trenutno je zaposlen na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informacijske tehnologije kot redni profesor in je tudi vodja Laboratorija za računalniške arhitekture in jezike na Inštitutu za računalništvo. Njegovi raziskovalni interesi vključujejo evolucijsko računalništvo, umetno inteligenco, optimizacijske metode, programske jezike ter vzporedno in porazdeljeno računalništvo. Je pridruženi urednik revije Swarm and Evolutionary Computation.

Aljaž Brest je študent na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informacijske tehnologije. Trenutno je zaposlen v Laboratoriju za računalniške arhitekture in jezike kot tehniški delavec. Njegovi raziskovalni interesi vključujejo vzporedno in porazdeljeno računalništvo ter umetno inteligenco.

Blaž Pšeničnik je v letu 2023 diplomiral s področja računalništva in informacijskih tehnologij. Trenutno zaključuje magistrski študij na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko. Je tudi tehniški sodelavec v Laboratoriju za računalniške arhitekture in jezike, kjer je zaposlen od leta 2024. Njegovi raziskovalni področji sta optimizacija ter paralelno in porazdeljeno računanje.

Jan Popič je diplomiral in magistriral iz računalništva in informacijskih tehnologij na Univerzi v Mariboru v letih 2019 in 2023. Trenutno nadaljuje doktorski študij na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko. Je tudi mladi raziskovalec v Laboratoriju za računalniške arhitekture in jezike, kjer je zaposlen od leta 2018. Njegovo raziskovalno področje v velikem obsegu vključuje optimizacijo.

Borko Bošković je v letih 2004 in 2010 pridobil diplomo in doktorat iz računalništva na Univerzi v Mariboru. Trenutno je docent na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko. Z Laboratorijem za računalniške arhitekture in jezike sodeluje od leta 2000. Njegovi raziskovalni interesi vključujejo evolucijsko računalništvo, optimizacijo, obdelavo naravnega jezika in programske jezike.