

# Modalna in elektromagnetna analiza preklopnega reluktančnega motorja

Selma Čorović, Damijan Miljavec

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana, Slovenija  
E-pošta: selma.corovic@fe.uni-lj.si, damijan.miljavec@fe.uni-lj.si

**Povzetek.** V okviru študije smo s teorijo modalne analize podrobno raziskali lastne frekvence različnih geometrij statorskih paketov preklopnega reluktančnega motorja (PRM). Analizo smo izvedli z uporabo analitičnih modelov ter z razvojem tridimenzionalnih numeričnih modelov, temelječih na metodi končnih elementov. Cilj študije je bil dvigniti lastne frekvence statorskega paketa nad vzbujalno delovno frekvenco ter se tako izogniti resonanci oziroma preprečiti neželene učinke hrupa in vibracij. V okviru elektromagnetne analize smo raziskali porazdelitev vektorja ploskovne sile na statorju in magnetnega pretoka, ki med statorjem in rotorjem ustvarja magnetno silo, odgovorno za nastanek mehanskih vibracij statorja. Na podlagi rezultatov smo podali smernice za ustrezno dimenzioniranje statorskega paketa motorja ter ustrezno izbiro ukrepov za zmanjšanje hrupa in škodljivih vibracij elektromagnetnega izvora.

**Ključne besede:** preklopni reluktančni motor, modalna analiza, lastne frekvence, hrup in vibracije, magnetna sila, vektor ploskovne sile, metoda končnih elementov

## Modal and electromagnetic analysis of the switched reluctance motor

The paper investigates different stator configurations of the switched reluctance motor (SRM) in order to mitigate the electromagnetically-excited audible noise and vibrations. Natural frequencies of different SRM stator configurations are analyzed by virtue of the modal analysis theory. A three-dimensional numerical model of the SRM stator geometry is set up by using the finite element method. The magnetic flux and surface force distribution, responsible for the mechanical vibrations giving rise to an electromagnetically-excited audible noise are calculated and analyzed. Based on the investigation results, the paper proposes a solution on how to select an appropriate stator configuration in order to increase its natural frequencies beyond the resonant operational frequency and, thus, to mitigate the resulting audible noise and vibration.

**Keywords:** switched reluctance motor (SRM), modal analysis, natural frequencies, noise and vibrations, finite element analysis

## 1 UVOD

Znanstvenoraziskovalno delo na področju razvoja električnih strojev se v zadnjih desetletjih vse bolj pogosto osredotoča na razvoj in izboljšave preklopnih reluktančnih motorjev (PRM). Glavni razlog za pospešen razvoj tovrstnih motorjev je v pospešenem razvoju močnostne elektronike in številnih pozitivnih karakteristikah, ki se jih koristno lahko uporabi na različnih področjih moderne industrije, kot so avtomobilska, letalska, ladijska, področje bele tehnike,

ročna električna orodja itd. [1, 2]. PRM odlikujejo naslednje pozitivne karakteristike: 1. enostavna in robustna zgradba, 2. rotor ne potrebuje trajnih magnetov in vzbujalnih navitij, 3. omogoča delovanje v zahtevnih fizikalnih pogojih, kot so visoke temperature in višje mehanske obremenitve, 4. nižji stroški izdelave, 5. obratovanje pri visokih hitrostih, 6. zanesljivost, 7. nizka občutljivost za okvare (ang. fault tolerance), kar pomeni, da v primeru delne odpovedi faznih navitij stroj lahko nadaljuje obratovanje, kar je pomemben faktor pri varnosti zlasti na področju elektrifikacije vozil, namenjenih potniškemu prometu.

Poudariti je treba, da so PRM-motorji zlasti zaradi odsotnosti trajnih magnetov in vzbujalnih navitij na rotorju zlasti zanimivi za uporabo na področju elektrifikacije vozil oziroma za vgradnjo v električna ali hibridna vozila. Znanstveni in strokovni prispevki poročajo, da imajo lahko PRM-stroji (tako motorji kot generatorji) velik potencial tudi na področju letalske industrije. Na tem področju je namreč varnost še dodatno poostrena, tako bi z vidika neobčutljivosti za izpade med obratovanjem PRM-motorji lahko vsaj delno prevzeli vlogo hidravlike in pnevmatike, kar bi zmanjšalo kompleksnost takšnih sistemov [3].

Kljub številnim prednostim se PRM še vedno niso uveljavili v množični proizvodnji, predvsem zaradi pomanjkljivosti, kot so: 1. hrup in neželene mehanske vibracije elektromagnetnega izvora, 2. pulzacija navora, 3. hrup in vibracije elektronskega izvora, 4. nizek izkoristek in navor glede na volumen, 5. zahtevnost

izdelave inverterja, 6. kompleksno vodenje in zaznava položaja rotorja in 7. močne nelinearnosti karakteristik induktivnosti in navora v odvisnosti od položaja rotorja ter številna lokalna nasičenja v jedru rotorja in statorja. Vse navedene pomanjkljivosti PRM-strojev je torej treba odpraviti, da lahko postanejo primerljivi z motorjem s trajnimi magneti (BLDC in PMSM – tabela 1) in asinhronskim motorjem (IM – tabela 1), ki so trenutno najbolj pogosto uporabljeni tako v avtomobilski kot v drugih sferah moderne industrije.

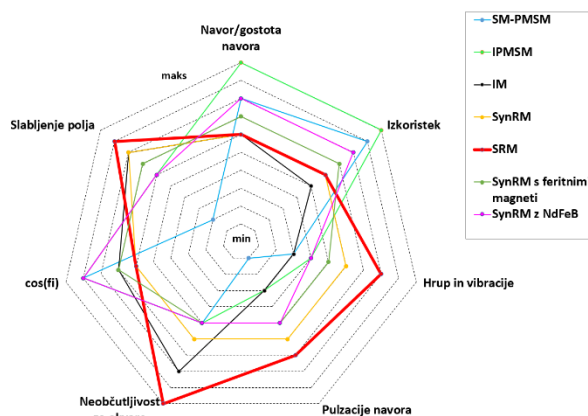
V pregledni primerjalni študiji, objavljeni leta 2015, Yilmaz in kolegi [1] poročajo, da so za električna in hibridna vozila najbolj pogosto uporabljeni AM in PMSM ter da so bili PRM do zdaj uporabljeni le v dveh prototipnih električnih vozilih, in sicer v vozilih Holden ECOMmodore in Lucas Chloride [1]. Podobno v novejši pregledni študiji, objavljeni leta 2017, Bostanci in kolegi [2] poročajo, da PRM še ni bil uporabljen v komercialnih potniških elektrificiranih vozilih, razen v prototipnih izvedbah [2].

Tabela 1: Primerjava PRM s preostalimi tipi motorjev [1], pri čemer oznaka + pomeni prednost, - pomanjkljivost, 0 pa nevtralno oceno. Kratice (v angleškem jeziku [1]) v tabeli pomenijo sledeče: DCM – enosmerni kolektorski motor, IM – asinhronski motor, BLDC – brezkrtačni motor s trajnimi magneti, PMSM – sinhronski motor s trajnimi magneti, SRM – preklopni reluktančni motor, SynRM – sinhronski reluktančni motor in PMa-SynRM – sinhronski reluktančni motor s feritnimi magneti.

Kriterij	DCM	IM	BLDC	PMSM	SRM	SynRM	PMa-SynRM
Stroški izd.	0	++	-	-	+	++	+
Navor/gostota navora	-	0	++	++	0	0	+
Izkoristek	-	+	++	++	+	+	++
Zahtev. izd.	++	++	+	0	++	++	+
Vodenje	++	+	+	+	0	+	+
Zanesljivost	-	++	+	+	++	++	+
Teža/vol./m	-	+	++	++	+	+	+
Možnost preobrem.	-	+	+	+	+	++	++
Robustnost	0	++	+	+	++	++	+
Slabljenje polja	++	++	-	+	++	++	++
Neobčutljivost za okvare	+	++	-	-	++	+	+
Termične omejitve	0	+	-	-	++	++	+
Hrup/vibr.	-	++	0	++	-	-	0
Življenjska doba	-	++	+	+	++	++	+
Preizkušnost tehnologije	++	++	+	+	+	+	-
Pot. za razvoj	-	++	0	++	++	+	++

Tabela 1 in polarni diagram na sliki 1 povzemata primerjavo lastnosti PRM s preostalimi tipi motorjev, namenjenih za različne aplikacije na področju

avtomobilске industrije. Podana je primerjava različnih električnih motorjev z vidika stroškov izdelave, navora in gostote moči, izkoristka, zahtevnosti izdelave in vodenja, zanesljivosti, velikosti/teže/prostornine, možnosti preobremenitve, robustnosti, slabljenja polja, neobčutljivosti za okvare/izpade delovanja, termične omejitve, hrupa, vibracij, pulzacije navora, življenjske dobe in potenciala za nadaljnji razvoj [1, 2].



Slika 1: Primerjava lastnosti PRM-motorja s preostalimi motorji, ki so namenjeni uporabi na področju avtomobilске industrije [2]. (SM-PMSM – sinhronski motor s površinsko nameščenimi trajnimi magneti, SynRM z NdFeB – sinhronski reluktančni motor s trajnimi magneti redkih zemelj in IPMSM – sinhronski motor z ugreznjenimi magneti.)

Kot je razvidno iz primerjave različnih motorjev (tabela 1 in slika 1) v najnovejši pregledni znanstveno-raziskovalni literaturi, so največje pomanjkljivosti PRM-motorjev hrup, neželene vibracije in posledično pulzacije navora. V znanstveni in strokovni literaturi zasledimo različne ukrepe za odpravo navedenih pomanjkljivosti, vendar te še vedno pomenijo velik izziv pri razvoju in načrtovanju preklopnih reluktančnih strojev [1–4].

V pričujoči študiji predstavljamo glavne rezultate in izsledke modalne analize statorskega paketa PRM-motorja, saj je lahko predvsem neustrezno načrtovan stator poglaviti vir hrupa in vibracij elektromagnetnega izvora [4]. Ker so lastne frekvence ter modalne oblike odvisne od snovnih in geometrijskih lastnosti strojev je treba te čim bolj optimalno predvideti že v fazi načrtovanja stroja. S teorijo modalne analize smo podrobno raziskali lastne frekvence različnih geometrij statorskih paketov PRM-motorja. Analizo smo izvedli na podlagi simulacij, izvedenih s 3D-numeričnimi modeli, temelječimi na metodi končnih elementov. Pridobljene rezultate smo primerjali z analitičnimi izračuni. Cilj študije je bil dvig lastne frekvence statorskega paketa nad vzbujalno delovno frekvenco ter tako izognitev resonanci in posledično preprečitev hrupa in vibracij elektromagnetnega izvora PRM-motorjev. Na podlagi elektromagnetne analize smo raziskali vpliv magnetnih sil med statorjem in rotorjem, ki so dominantni vzrok za nastanek vibracij ter posledično hrupa elektromagnetnega izvora.

## 2 TEORETIČNE OSNOVE IN METODE

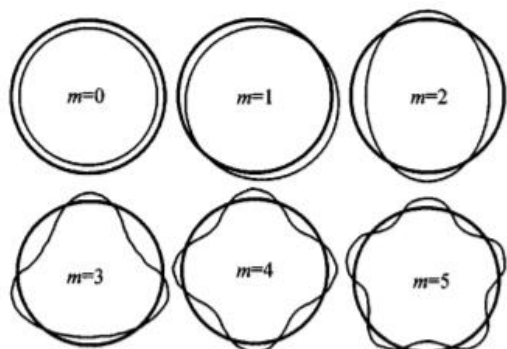
PRM-motorji imajo relativno preprosto zgradbo z značilno izraženostjo statorskih in rotorskih polov (zob), ki je pogoj za tvorbo navora. Konfiguracijo PRM podajamo z razmerjem števila statorskih polov  $N_s$  proti številu rotorskih polov  $N_r$  (tj.  $N_s/N_r$ ), pri čemer  $N_s \neq N_r$ . V pričujoči študiji se osredotočamo na modalno analizo statorskih paketov najbolj pogostih oziroma konvencionalnih topologij PRM-motorjev z razmerji  $N_s/N_r$ : 6/4, 8/6 in 12/8. Bolj podrobno se osredotočamo na modalno analizo 3-faznih in 4-faznih motorjev majhnih moči (do nekaj kW) [4] s ciljem zmanjšanja hrupa in vibracij elektromagnetnega izvora. Teoretično in eksperimentalno je dokazano, da do maksimalnega hrupa in vibracij elektromagnetnega izvora pri PRM-motorju pride v primeru, ko vzbujalna frekvenca radialne magnetne sile (ter njeni višji harmoniki)  $f_{exc}(n)$  sovpade z naravno frekvenco statorja stroja, kar lahko opišemo z enačbo (1).

$$f_{exc}(n) = n f_p = \frac{n N_r \omega_m}{60}, \quad (1)$$

kjer  $N_r$  predstavlja število polov na rotorju,  $\omega_m$  hitrost vrtenja,  $f_p$  je osnovna frekvenca vzbujalnega toka,  $n$  pa je red višjega harmonika.

Poudariti je treba, da tudi na rotor delujejo radialne sile (ki niso navorotvorne), vendar se njihovo delovanje zaradi topologije izniči, zato te ne prispevajo k hrupu in vibracijam. Delovanje radialnih sil na stator pa se ne more izničiti in se kaže kot težnja k deformacijam in zvijanju statorja ter posledično kot hrup in vibracije.

Dokazano je, da so najbolj kritične modalne oblike ( $m$ ) odgovorne za večino hrupa in vibracij elektromagnetnega izvora strojev majhnih moči: ničta  $m = 0$ , druga modalna oblika  $m = 2$  in četrta modalna oblika  $m = 4$ . Medtem ko pri strojih večjih moči in dimenzij tudi višje modalne oblike ( $m > 4$ ) pridejo do izraza ter vplivajo na deformiranje statorja (slika 2).



Slika 2: Modalne oblike v rangi  $0 \leq m \leq 5$  pri deformaciji objektov v obliki idealnih krogov [5].

V najbolj kritičnih primerih pa lahko pride do trajne deformacije statorskega jarma. Prispevek modalne oblike k tvorbi hrupa in vibracij je odvisen od konfiguracije

motorja oziroma od njegovega razmerja  $N_s/N_r$ . Na primer za PRM z razmerjema 6/4 in 8/6 je značilna modalna oblika  $m = 2$ , pri čemer radialna sila enojno ovalizira stator zaradi aktivnosti/vzbujanja enega oziroma dveh sosednjih polov. Pri PRM 12/8 pa je značilna modalna oblika  $m = 4$ , pri čemer zaradi aktivnosti navitij v dveh parih nasprotnih polov radialna sila dvojno ovalizira stator. Zaradi omenjene deformacije statorjev pri  $m = 2$  in  $m = 4$  pride do resonance pri točno določenih naravnih frekvencah, ki so pogojene s snovnimi in geometrijskimi lastnostmi statorskega paketa.

Modalne oblike ter lastne frekvence poljubnega mehanskega sistema lahko izračunamo na podlagi splošne matrične enačbe dinamičnega ravnotežja z zanemarjenim sistemskim dušenjem, enačba (2):

$$\{[H] - (\omega)^2 [M]\} \{X\} = \{0\}, \quad (2)$$

pri čemer je  $H$  togostna matrika,  $M$  masna matrika,  $X$  predstavlja vektor lastnih pomikov iz izhodiščne lege,  $\omega$  pa je krožna frekvenca, pri čemer lastno frekvenco dobimo z enačbo  $f = \omega/2\pi$ . Lastne frekvence in lastne vektorje (ki predstavljajo lastne pomike oziroma modalne oblike) torej iterativno izračunamo na podlagi enačbe (2) za dano masno in togostno matriko sistema (v našem primeru statorskega paketa motorja). Izračunani lastni pomiki predstavljajo modalno lastno obliko, glede na katero struktura niha pri določeni lastni frekvenci. Struktura z  $N$  prostostnimi stopnjami ima  $N$  lastnih frekvenc ter posledično  $N$  modalnih oblik. Izračune smo opravili za prvih 30 lastnih vrednosti.

V prvem delu študije smo opravili izračune na podlagi numerične modalne analize, temelječe na metodi končnih elementov. Za gradnjo modelov in izračune smo uporabili programsko orodje Autodesk Inventor 2013 Professional. Dodatno smo modalne oblike in lastne frekvence izračunali še s poenostavljenimi 2D-modeli, ki geometrijo statorskih paketov z izraženimi poli aproksimirajo z geometrijo kolobarjev. Rezultate numeričnih izračunov smo primerjali z izračuni na podlagi analitičnih modelov. V znanstveni literaturi zasledimo več tovrstnih modelov [5–7]. V naši študiji smo se osredotočili na Jordanov analitični model za izračun naravnih frekvenc statorjev, enačba (3):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho R_c^2 \Delta_m}}, \quad (3)$$

kjer  $E$  predstavlja Youngov modul snovi statorja (v našem primeru elektropločevine M270-35A),  $R_c$  je srednji radij statorskega jarma (predstavljenega s kolobarjem),  $\rho$  je masna gostota snovi,  $\Delta_m$  pa predstavlja korekcijski faktor, ki nadomešča odsotnost statorskih polov realnega statorja. Faktor  $\Delta_m$  opisuje enačba (4):

$$\Delta_m = \frac{m_{sy} + N_s m_{sp}}{m_{sy}}, \quad (4)$$

kjer  $m_{sy}$  predstavlja maso statorskega jarma,  $m_{sp}$  pa maso statorskih polov. V skladu z Jordanovim zakonom lastne frekvence  $f_m$ , pri katerih nastopijo modalne oblike  $m \geq 2$ , lahko izračunamo po enačbi (5):

$$f_m = \frac{f_0 w_{sy} m(m^2 - 1)}{2\sqrt{3} R_c \sqrt{m^2 + 1}} \quad (5).$$

Pri vseh analizah smo predpostavili, da statorski paket ni lameliran in da na statorskih polih ni navitij. V nadaljevanju smo opravili še elektromagnetno analizo PRM-motorja, pri čemer nas je zanimala magnetna sila, odgovorna za nastanek hrupa kot posledica mehanskih vibracij elektromagnetnega izvora. V ta namen smo izračunali porazdelitev gostote magnetnega pretoka, magnetni pretok ter vektor ploskovne sile  $\vec{p}$  na notranjem obodu statorja z metodo Maxwellovega tenzorja napetosti po enačbi (6):

$$\vec{p} = \frac{1}{\mu_0} \left[ (\vec{n} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} - \frac{1}{2} B^2 \vec{n} \right] \quad (6),$$

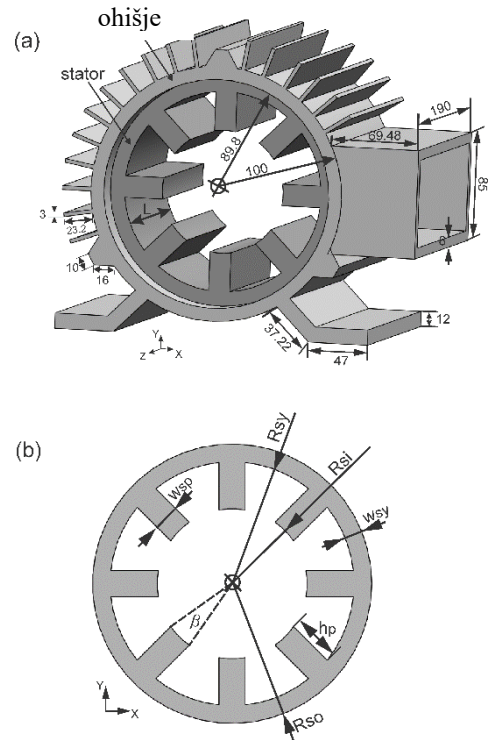
pri čemer je  $\vec{B}$  vektor gostote magnetnega pretoka v zraku ob notranji mejni površini stator/zrak,  $\vec{n}$  pa je normalni vektor na to površino. Izračune smo opravili v programskem okolju Ansys Maxwell.

Poglavitni vzrok za nastanek hrupa in vibracij PRM-motorja je privlačna sila (radialna sila) med rotorjem in statorjem, ki jo lahko izračunamo z integralom radialne komponente vektorja  $\vec{p}$ . Tangencialna komponenta sile na rotor (tangencialna sila) pa je odgovorna za nastanek navora motorja. Na statorski strani zaradi upogibanja statorskih polov delno prispeva tudi k nastanku hrupa in vibracij. Intenziteta hrupa in vibracij je odvisna od velikosti omenjenih magnetnih sil, ki jih je možno omejiti z ustrežno obliko, konfiguracijo in načinom vodenja preklopnih reluktančnih strojev. V tej študiji smo se osredotočili na elektromagnetno analizo 4-faznega PRM-motorja z razmerjem  $N_s/N_r = 8/6$ .

### 3 REZULTATI

Najprej smo izvedli testno numerično analizo 4-faznega in 4 kW močnega preklopnega reluktančnega motorja z razmerjem števila statorskih proti številu rotorskih polov  $N_s/N_r = 8/6$ . Uporabili smo geometrijske in snovne lastnosti eksperimentalno potrjenega modela iz literature [4]. Z numerično modalno analizo smo izračunali lastne frekvence geometrije statorskega paketa z ohišjem za najbolj kritične modalne oblike  $m = 2$  in  $m = 4$ . Geometrija 3D-modela analiziranega statorja z ohišjem je prikazana na sliki 3a, geometrija modela v prerezni

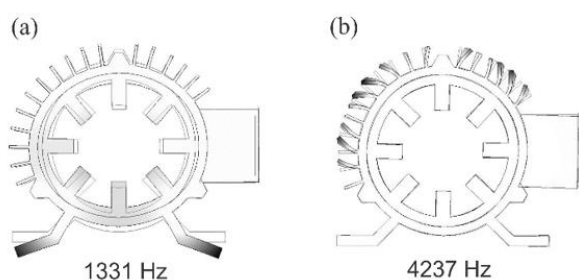
ravnini XY skupaj z označenimi geometrijskimi parametri pa je prikazana na sliki 3b.



Slika 3: a) 3D-geometrija statorskega paketa z ohišjem in b) prikaz geometrije statorskega paketa v prerezni ravnini XY 3D-modela z označenimi geometrijskimi parametri.

Statorskemu paketu smo dodelili lastnosti feromagnetika z Youngovim modulom  $E = 2,07 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ , ohišju pa lastnosti litega železa z  $E = 1,65 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ . Masna gostota obeh materialov je  $7.800 \text{ kg/m}^3$ . Vrednosti geometrijskih parametrov, prikazanih na sliki 3b, so sledeče: debelina statorskega jarma  $w_{sy} = 11,4 \text{ mm}$ , višina statorskega zoba (pola)  $h_p = 30 \text{ mm}$ , širina statorskega zoba  $w_{sp} = 16,9 \text{ mm}$ , lok statorskega pola/zoba  $\beta = 20,2^\circ$ , zunanji radij statorja  $R_{so} = 89,8 \text{ mm}$ , notranji radij statorskega jarma  $R_{sy} = 78,4 \text{ mm}$ , radij statorske izvrtine  $R_{si} = 48,18 \text{ mm}$  in dolžina statorskega paketa  $L = 151 \text{ mm}$ .

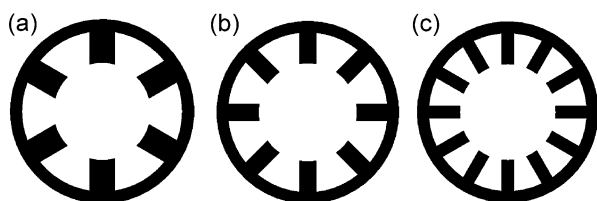
Rezultati 3D-numerične modalne analize so prikazani na sliki 4. Intenziteta deformacij je prikazana s črno-belo barvno skalo, pri čemer bela barva predstavlja minimum, črna pa maksimum. Iz slike je razvidno, da se pri frekvenci  $f = 1331 \text{ Hz}$  pojavi deformacija, ki jo opisuje druga modalna slika 4a, pri frekvenci 4237 Hz pa model predvideva četrto modalno obliko, pri kateri skorajda ne pride do deformacije statorja, temveč se mehanske vibracije pričakujejo zaradi deformacij ohišja (slika 4b). Dobljeni rezultati se zelo dobro ujemajo z rezultati iz literature. Namreč, pri frekvenci  $f = 1331 \text{ Hz}$  naši rezultati odstopajo od rezultatov iz literature le za 1,3 %, pri  $f = 4237 \text{ Hz}$  pa rezultati odstopajo za 2,8 %. Na podlagi opravljene primerjave smo verificirali naš numerični model ter nadaljevali z modalno analizo različnih konfiguracij statorskih PRM-paketov.



Slika 4: Numerični izračuni naravnih frekvenc statorskega paketa PRM 8/6 z ohišjem za modalne oblike a)  $m = 2$  in b)  $m = 4$ .

### 3.1 Primerjava naravnih frekvenc različnih konfiguracij statorskih paketov

V nadaljevanju študije smo opravili 3D-modalno analizo različnih konfiguracij statorskih paketov z različnim številom  $N_s/N_p = 6/4, 8/6$  in  $12/8$ , prikazanih na sliki 4. Vrednosti geometrijskih parametrov statorskih paketov podaja tabela 2. Pri analizi smo upoštevali snovne lastnosti feromagnetika M270-35A. Z modalno analizo smo najprej izračunali ter primerjali lastne frekvence za kritične oblike  $m = 2$  in  $m = 4$  za osnovno (izhodiščno) geometrijo statorjev, prikazanih na sliki 5. Da bi raziskali, kako so lastne frekvence statorskih paketov odvisne od geometrije statorskega paketa, smo izhodiščno geometrijo statorjev spreminjali tako, da smo povečevali debelino statorskega jarma  $w_{sy}$  ter višino statorskih polov  $h_p$  (po korakih 0,5 mm). Rezultati numeričnih simulacij so prikazani na sliki 5.



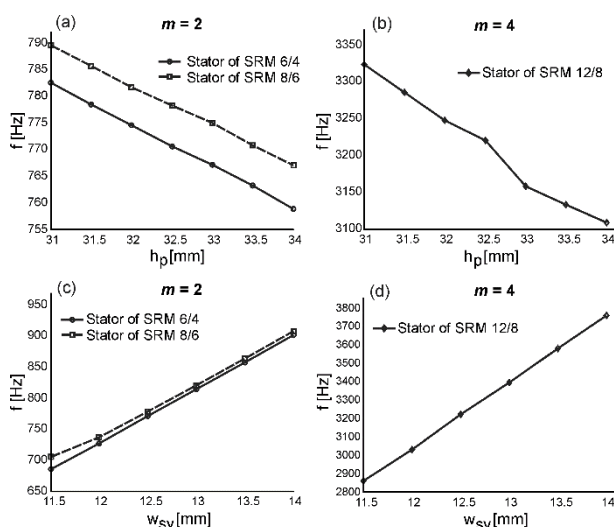
Slika 5: Prikaz obravnavanih statorjev v preznini ravnini XY: (a)  $N_s = 6$ , (b)  $N_s = 8$  in (c)  $N_s = 12$ .

Tabela 2: Vrednosti geometrijskih parametrov analiziranih statorskih paketov.

$N_s$	6	8	12
$w_{sp}$	25,82 mm	15,64 mm	13,05 mm
$\beta$	30°	18°	15°
$R_{so}$	95 mm		
$R_{sy}$	82,5 mm		
$L$	114 mm		
$w_{sy}$	12,5 mm		
$R_{si}$	50 mm		
$h_p$	32 mm		

Iz rezultatov simulacij, prikazanih na sliki 6, je razvidno, da se s povečevanjem višine statorskega zoba  $h_p$  pri vseh

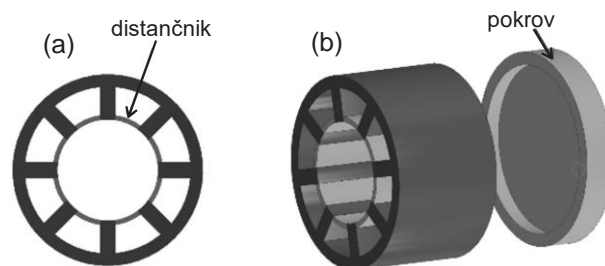
analiziranih statorskih konfiguracijah lastne frekvence znižujejo, medtem ko pri povečevanju debeline statorskega jarma  $w_{sy}$  lastne frekvence naraščajo, kar lahko pripišemo povečevanju togosti statorskega paketa kot mehanskega sistema. Iz rezultatov na sliki 6 lahko ugotovimo tudi, da s povečevanjem števila statorskih polov lastne frekvence naraščajo.



Slika 6: Občutljivost statorskega paketa kot mehanskega sistema za spremembe geometrijskih parametrov  $w_{sy}$  in  $h_p$ .

V nadaljevanju smo proučili še možnost spreminjanja oziroma višanja lastnih frekvenc z različnimi mehanskimi ukrepi, kot sta dodajanje distančnikov (slika 7a) in dodajanje končnih pokrovov (slika 7b).

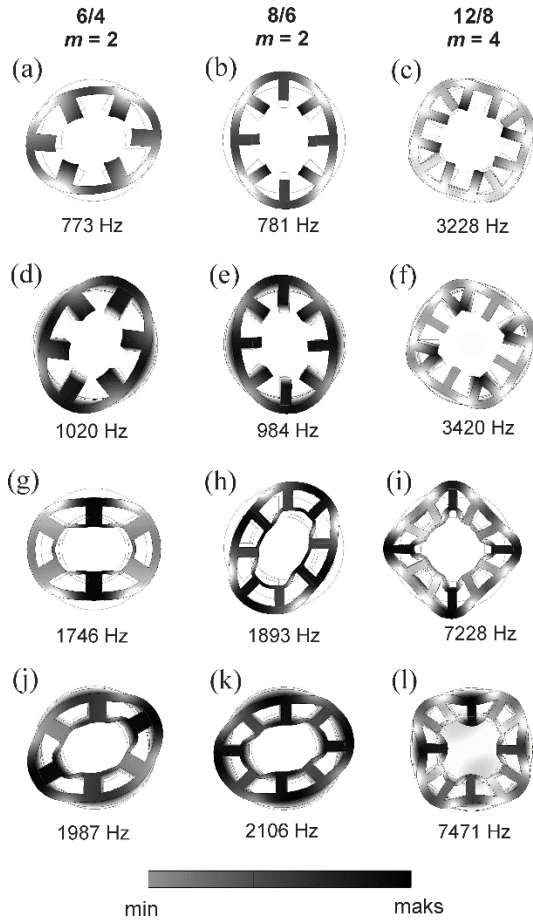
Numerično izračunane lastne frekvence izhodiščnih modelov statorskih paketov z  $N_s = 6$ ,  $N_s = 8$  in  $N_s = 12$  ter modelov z dodanimi mehanskimi ukrepi podaja slika 8. Rezultati na podlagi 3D-numeričnih izračunov so prikazani v vrstnem redu naraščajočih naravnih frekvenc pri statorjih z  $N_s = 6$  in  $N_s = 8$  za kritične modalne oblike  $m = 2$  ter za stator z  $N_s = 12$  za kritično modalno obliko  $m = 4$ .



Slika 7: Ilustracija dveh mehanskih ukrepov: (a) dodajanje distančnikov in (b) dodajanje končnih pokrovov k izhodiščni geometriji statorskih paketov

Na podlagi pridobljenih rezultatov (slika 8) ugotavljamo, da je lastne frekvence statorskih paketov možno povečati z mehanskimi ukrepi kot so dodajanje distančnikov, končnih pokrovov ter s kombinacijo obeh omenjenih mehanskih ukrepov.





Slika 8: Primerjava rezultatov numeričnih simulacij za izhodiščne geometrije statorskih paketov z različnim številom statorskih polov  $N_s = 6, 8$  in  $12$  (a, b, c) ter za iste statorske pakete z dodanimi končnimi pokrovi (d, e, f), aluminijastimi distančniki (g, h, i) ter z dodanimi končnimi pokrovi in aluminijastimi distančniki hkrati (j, k, l).

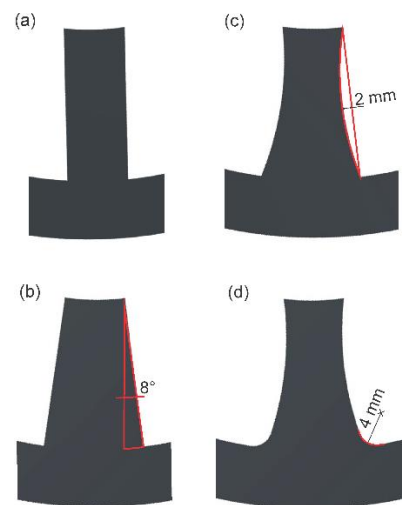
Kvantitativno primerjavo izračunanih lastnih frekvenc modelov z mehanskimi ukrepi (f) v primerjavi z lastnimi frekvencami izhodiščnih analiziranih statorskih paketov ( $f_0$ ) podaja tabela 3.

Tabela 3: Lastne frekvence izhodiščnih statorskih paketov ( $f_0$ ) v primerjavi z lastnimi frekvencami modificiranih statorskih paketov (f).

$N_s/N_p=6/4$		$N_s/N_p=8/6$		$N_s/N_p=12/8$	
$m=2$		$m=2$		$m=4$	
(Hz)	$f/f_0$	(Hz)	$f/f_0$	(Hz)	$f/f_0$
izhodiščni geometrija ( $f_0$ ):					
773	1	781	1	3228	1
z dodanim pokrovom (f):					
1020	1,32	984	1,26	3420	1,06
z distančniki (f):					
1746	2,26	1893	2,42	7228	2,24
s pokrovom in distančniki (f):					
1987	2,58	2106	2,70	7472	2,31

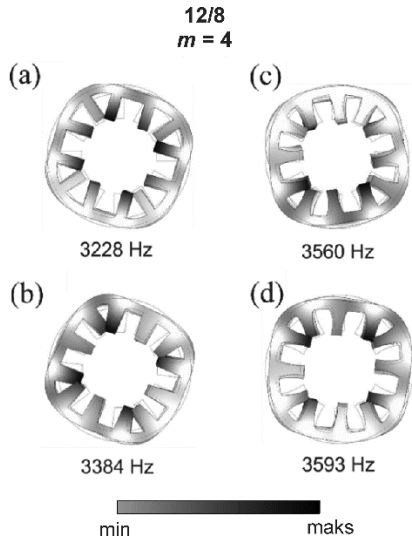
V tabeli 3 so rezultati primerjani na podlagi izračunanega  $f_0/f$  za vsak statorski paket posebej. Razvidno je torej, da se največje povečanje lastnih frekvenc statorjev lahko doseže z dodajanjem distančnikov in pokrovov hkrati. Zadnji ukrep se najbolj obnese pri vseh analiziranih statorjih, saj maksimalno omeji odmike (in posledično vibriranje) statorske strukture iz izhodiščne lege (za več kot dvakrat, tabela 3).

V nadaljevanju smo raziskali še občutljivost vrednosti lastnih frekvenc za modifikacije geometrije statorskih polov. Na primeru statorskega paketa z  $N_s = 12$  smo raziskali vpliv treh različnih geometrijskih modifikacij, ki so prikazane na sliki 9. Rezultati numeričnih simulacij pa so prikazani na sliki 10.



Slika 9: a) Referenčna/izhodiščna geometrija statorskega paketa  $N_s = 12$  in enaka geometrija z modificiranimi statorskimi poli b) s trapezoidnimi poli, (c) z ločno preoblikovanimi trapezoidnimi poli in (d) z ločno preoblikovanimi trapezoidnimi poli z lokom/radijem pri korenu zoba.

Iz rezultatov je razvidno, da je lastne frekvence izhodiščne geometrije (slika 10a) mogoče najvišje dvigniti z modifikacijo geometrije statorskega pola, prikazanega na sliki 10d. Pridobljeni rezultati podajajo smernice novih geometrij statorskih paketov, ki lahko prispevajo k zmanjšanju hrupa in vibracij. Pri tem je vendarle treba poiskati kompromis med ustrezno geometrijo statorskih polov in posledično utorov, ki lahko še dovoljujejo tehnološko izvedljivo dodajanje statorskih navitij ter dosego ustreznega faktorja polnjenja utorov z navitij. Poleg tega je treba upoštevati tudi magnetno obremenitev feromagnetika (kar pomeni, da se moramo pri načrtovanju stroja izogniti magnetnim nasičenjem snovi).



Slika 10: Izračuni lastnih frekvenc statorjev: (a) izhodiščne geometrije  $N_s = 12$ , (b) s trapezoidno preoblikovanimi poli, (c), z ločno in trapezoidno oblikovanimi poli in (d) z ločno in trapezoidno oblikovanimi poli in lokom/radijem pri korenu pola/zoba.

### 3.2 Primerjava numeričnih in analitičnih izračunov

V tabeli 4 je podana primerjava analitično izračunanih lastnih frekvenc statorskih paketov (2D-aproksimacija po Jordanovi enačbi (5)) z numeričnimi izračuni (za 3D-geometrije statorskih paketov, prikazanih na sliki 5).

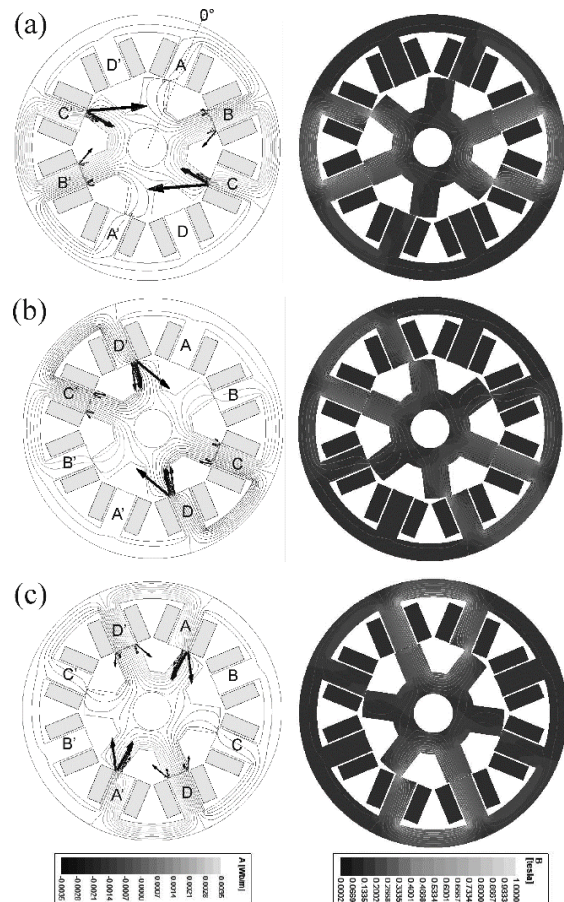
Tabela 4: Primerjava analitičnih in numeričnih izračunov.

$N_s$ in $m$	Analit. (Hz)	Numer. (Hz)	Razlika (%)
$N_s = 0, m = 2$	962	982	2
$N_s = 0, m = 4$	5218	5174	0,85
$N_s = 6, m = 2$	736	773	5
$N_s = 8, m = 2$	768	781	1,8
$N_s = 12, m = 4$	3991	3228	23

Najprej smo opravili analitične izračune idealnih geometrij kolobarjev in jih primerjali z numeričnimi 3D-izračuni votlih valjev za modalne oblike  $m = 2$  in  $m = 4$ . Pridobljeni rezultati se precej dobro ujemajo (odstopajo le za 0,85 in 2 %). Analitične izračune smo nato primerjali s 3D-numeričnimi izračuni statorjev z upoštevanjem statorskih polov. Ugotavljamo, da se analitični izračuni lahko uporabijo le kot približna ocena za namene hitre, vendar grobe ocene naravnih frekvenc statorskih paketov. Za natančnejše analitične izračune je potrebno uporabiti bolj napredne oziroma kompleksne analitične modele [5]. V primeru najstrožjih zahtev pri načrtovanju električnih strojev pa je potrebno uporabiti 3D numerične izračune z natančnim upoštevanjem snovnih in geometrijskih lastnosti stroja ter jih ustrezno potrditi z eksperimentalnimi rezultati.

### 3.3 Elektromagnetna analiza motorja

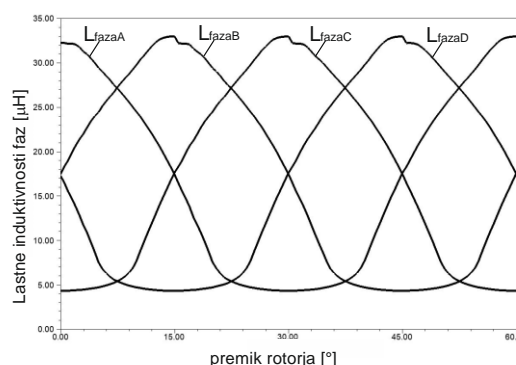
V zaključku pričujoče študije smo opravili elektromagnetno analizo 4-faznega PRM-motorja z razmerjem  $N_s/N_r = 8/6$  z dimenzijami podanimi v tabeli 2. Porazdelitev magnetnega potenciala  $A$  (Wb/m), vektorja ploskovne sile na stator ter gostote magnetnega pretoka za različne mehanske pozicije rotorja v območju  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  so prikazani na sliki 11.



Slika 11: Porazdelitve magnetnega potenciala in vektorja ploskovne sile (levo) ter gostote magnetnega pretoka v statorju in rotorju za kombinacije aktivnih faz (a) B in C, premik rotorja:  $0^\circ < \theta < 15^\circ$  (b) C in D, premik rotorja:  $15^\circ < \theta < 30^\circ$  in (c) D in A, premik rotorja:  $30^\circ < \theta < 45^\circ$ .

4-fazni PRM konfiguracije 8/6 v našem primeru vodimo tako, da vklapljam po dve fazi hkrati v vrstnem redu, kot prikazuje slika 11, za mehanski premik rotorja v nasprotni smeri urinega kazalca, in sicer: vklop faz B-B' in C-C' za premik  $0^\circ < \theta < 15^\circ$  (slika 11a), vklop faz C-C' in D-D' za premik  $15^\circ < \theta < 30^\circ$  (slika 11b) ter vklop faz D-D' in A-A' za premik  $30^\circ < \theta < 45^\circ$ . V vseh treh primerih so prikazani rezultati tik pred izklopom faz B (slika 11a), C (slika 11b) in D (slika 11c). To pomeni, ko rotor doseže maksimalno induktivnost (slika 12) v poravnani legi rotorskega pola s statorskim, kar predstavlja njegovo stabilno lego. Potek lastnih induktivnosti vseh štirih faz v odvisnosti od položaja rotorja  $L_{fazaA}(\theta)$ ,  $L_{fazaB}(\theta)$ ,  $L_{fazaC}(\theta)$  in  $L_{fazaD}(\theta)$ , za

nenasičeno stanje je prikazan na sliki 12 (tok skozi posamezno fazo izklopimo, ko ta doseže maksimalno vrednost, kar se zgodi v točkah: ( $L_{fazaAmax}, 0^\circ$ ), ( $L_{fazaBmax}, 15^\circ$ ), ( $L_{fazaCmax}, 30^\circ$ ) in ( $L_{fazaDmax}, 45^\circ$ ).



Slika 12: Lastne induktivnosti posameznih faz PRM-motorja.

Cilj je bil pokazati intenziteto vektorja ploskovne sile, ki vsebuje radialno magnetno silo, v največji meri odgovorno za nastanek mehanskih deformacij statorja in posledično hrupa motorja. Vektorji ploskovne sile na stator, ki vsebujejo radialno in tangencialno silo, komponento magnetne sile, so prikazani na sliki 11 (levo) in so v vseh primerih normirani na maksimalno doseženo vrednost [8]. Najbolj izrazita ovalizacija je enojna ovalizacija  $m = 2$ , kot smo že pokazali z modalno analizo (slika 8b), in se zgodi tik ob izklopu posameznih faz (slika 11). Na podlagi izračunov lahko sklepamo, da se bodo v območju  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  zgodile vsaj tri enojne ovalizacije statorja ( $m = 2$ ) zaradi delovanja močnih radialnih magnetnih sil v legah/območjih začetka prekrivanja rotorskih in statorskih polov, slika 11 (levo). Iz slike je razvidno, da je v legah, kjer se pojavi največja radialna sila, tudi vrednost gostote magnetnega pretoka najvišja, pri premiku rotorja proti stabilni legi pa se počasi zmanjšuje, kar pomeni, da tudi vpliv radialne sile na stator pojema (slika 11 (desno)). Najbolj izrazite ovalizacije oziroma mehanske vibracije z najvišjo amplitudo bodo v resonanci, tj. v trenutku, ko se vzbujalne in lastne frekvence statorja ujameta. Zadnji pojav pa bo povzročil najvišjo raven hrupa elektromagnetnega izvora. Vpliv magnetnih sil na stopnjo vibracij lahko zmanjšamo z ustreznim vodenjem oziroma pravočasnim vklopom naslednje faze in izklopom trenutno aktivne faze.

#### 4 ZAKLJUČEK

Študija podaja rezultate modalne analize statorskih paketov različnih konfiguracij PRM-motorjev. Podrobno smo se osredotočili na konfiguracije motorjev, ki so v praksi najbolj pogoste:  $N_s/N_p = 6/4, 8/6$  in  $12/8$ . Z modalno analizo smo proučili lastne frekvence, pri katerih nastanejo najbolj kritične modalne odlike statorskih paketov. Glavni cilj študije je bil ugotoviti učinkovanje uporabe različnih mehanskih ukrepov na modifikacijo oziroma dvig naravnih frekvenc statorskih

paketov, kar lahko neposredno vpliva na omejevanje hrupa in vibracij PRM-motorjev. Pri omejevanju hrupa je namreč pomembno, da lastne frekvence statorja ne sovpadajo z vzbujalnimi frekvencami, pri čemer si želimo z različnimi ukrepi dvigniti lastne frekvence čim višje oziroma dlje od delovnih frekvenc stroja. Pokazali smo, da se lastne frekvence statorskih paketov višajo z višanjem debeline statorskega jarma in višanjem števila statorskih polov zaradi povečevanja togosti strukture statorja. Z uporabo modalne analize smo pokazali, da je dvig naravnih frekvenc mogoče doseči z uporabo distančnikov in končnih pokrovov ter z modifikacijo geometrije statorskih polov. Z elektromagnetno analizo smo ponazorili vpliv magnetnih sil med statorjem in rotorjem, ki v resonanci vzbujalnih in lastnih frekvenc statorja lahko povzročijo mehanske vibracije z najvišjo amplitudo nihanja, kar je posledično izvor hrupa elektromagnetnega izvora. Zadnje pa lahko naknadno omejimo z ustreznim vodenjem motorja.

#### LITERATURA

- [1] M. Yilmaz, Limitations/capabilities of electric machine technologies and modeling approaches for electric motor design and analysis in plug-in electric vehicle applications. *Renew Sust Energ Rev* 2015; 52: 80–99.
- [2] E. Bostanci, M. Moallem, A. Parsapour, B. Fahimi, Opportunities and challenges of switched reluctance motor drives for electric propulsion: A comparative study. *IEEE T on Transportat Electrif* 2017; 3:58–75.
- [3] R. Krishnan, D. Blanding, A. Bhanot, A. M. Staley, N. S. Lobo, High reliability SRM drive system for aerospace applications. In: *The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2003)*; 2–6 Nov. 2003; Roanoke, VA, USA: IEEE. pp. 1110–1115.
- [4] W. Cai, P. Pillay, Z. Tang, Impact of Stator Windings and End-Bells on Resonant Frequencies and Mode Shapes of Switched Reluctance Motors. *IEEE T Ind Appl* 2002; 38: 1027–1036.
- [5] M. N. Anwar, Husain I. Radial force calculation and acoustic noise prediction in switched reluctance machines. *IEEE T Ind Appl* 2000; 36: 1589–1597.
- [6] J. P. Lecoq, R. Romary, J. F. Brudny, T. Czaplá, Five methods of stator natural frequency determination: case of induction and switched reluctance machines. *Mech Syst Signal Pr* 2004; 18: 1133–1159.
- [7] H. Jordan, Geräuscharme Elektromotoren: Lärmbildung und Lärmbeseitigung bei Elektromotoren. Essen: Girardet, 1950.
- [8] T. Munih, D. Miljavec, S. Corovic, A Novel Design Concept of Electromagnetic Valve Actuator with High Starting Force. *Energies*; 2019, 12(17): 3300.

**Selma Čorović** je doktorirala na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani in na univerzi Paris-Sud XI v Franciji. Zaposlena je na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Njena raziskovalna področja vključujejo razvoj in analizo različnih tipov električnih strojev in elektromagnetnih naprav.

**Damijan Miljavec** je zaposlen kot redni profesor na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani, kjer vodi Laboratorij za električne stroje. Znanstvenoraziskovalno se ukvarja s posebnimi električnimi stroji, njihovim razvojem in uporabo.