

# Uporaba metode absolutnih vozliščnih koordinat za izračun mehanskih dinamičnih razmer VN daljnovodov

Borut Zemljarič<sup>1</sup>, Valentin Ažbe<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Elektro Gorenjska d. d., Ulica Mirka Vadnova 3a, 4000 Kranj

<sup>2</sup> Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana, Slovenija

E-pošta: borut.zemljarič@elektro-gorenjska.si

**Povzetek.** Umestitev v prostor je eden izmed ključnih izzivov pri postavitvi daljnovodov, pri čemer je vizualni vpliv na okolje bistvenega pomena. Zmanjšanje vizualnega vpliva visokonapetostnega daljnovoda v okolju se lahko doseže z uporabo novih, za oko privlačnejših kompaktnih daljnovodov, pri katerih se teži k zmanjševanju geometrijskih razdalj med daljnovodnimi vodniki. Da se med zahtevnimi vremenskimi razmerami doseže ustrezna raven ravnotežja med še sprejemljivim minimalnim tveganjem pojava kratkega stika in maksimalno stopnjo kompaktnosti geometrije daljnovoda, je treba preveriti tudi dinamični odziv gibanja vodnikov na zunanje, vremensko inducirane motnje. V članku je prikazano modeliranje dinamičnega odziva daljnovoda, predstavljenega kot gibajočega se sistema med seboj povezanih teles, z uporabo metode absolutnih vozliščnih koordinat (AVK), ki je posebej razvita za analizo mehanskih sistemov pod vplivom velikih pomikov in deformacij. Pri obravnavi so upoštevane notranje elastične sile ter zunanje volumnske in površinske sile. Kljub relativno enostavnemu modelu je mogoče zajeti kompleksne oblike daljnovodov. Predstavljena metoda AVK je zapisana v programsko okolje, njena uporabnost pa je ilustrirana skozi prikaz izbranega praktičnega problema iz daljnovodne tehnike. Pomembno je, da metoda ostaja odprta ter sočasno preprosta za nadgradnje, naj si bo to proučevanje novih geometrijskih oblik daljnovodnih struktur ali študij partikularnih problemov s področja daljnovodne tehnike.

**Ključne besede:** daljnovod, žledenje, absolutne vozliščne koordinate, numerične simulacije

## Using the absolute nodal coordinate formulation to calculate the overhead power line dynamic response

In the spatial planning, one of the key challenges is the visual impact of the overhead power-lines (OLs) on the environment. Such environmental impact can be reduced by using visually attractive compact OLs. Their compactness is achieved by reducing the distances between the conductors by using special insulator assemblies and/or a compact-tower geometry. During heavy weather, icing and wind conditions, OLs are exposed to a high risk of short-circuit events between the moving conductors. To find an appropriate balance between the minimum risk of the short-circuit events and the maximum OLs compactness in the OLs design phase, the dynamic response induced by the external weather conditions should be analysed and taken into account.

In the paper, the absolute nodal coordinate formulation (ANCF) is used to simulate and analyse the dynamic response of compact OLs to ice-shedding from conductors. A spatial modelling of the OLs dynamic response is simulated as an interconnected moving mechanical system with the nonlinear theory using ANCF which is a finite-element method developed for the analysis of large deformations and rotations. The element nodal coordinates are defined in a single global coordinate system consisting of global displacements and slopes of the element nodes. The approach provides a constant mass matrix at zero centrifugal and Coriolis forces.

The geometrical shape of individual OL parts, with their large ratio between the element length and diameter allows using the elastic-line approach with an equivalent system of the finite low-order elements. Using this approach the element axial bending is modelled, with no consideration of the torsional effects. However, this simplification is acceptable for the dynamics of the OL conductors. The internal elastic, gravitational, additional ice-load, aerodynamic and damping forces are included in the system - motion equations with which the dynamic response in the time domain is calculated. The presented method is implemented in our derived computer program for analyses the dynamic response to perform the dynamic analyses of an arbitrary OL construction. The method is open and simple for further upgrading, to respond to a variety of the OLs dynamic problems instead of each time setting up a particularly tailored model. The presented numerical results provide a better understanding of the OLs dynamic behaviour.

**Keywords:** overhead power line, conductor icing, absolute nodal coordinate formulation (ANCF), numerical simulation

## 1 UVOD

Graditev prenosnih elektroenergetskih objektov, naj bodo to novogradnje ali rekonstrukcije obstoječih

daljnovodov, je zahteven in dolgotrajen proces. Zato se poskuša konstruirati različne t. i. kompaktirane daljnovodne stebre, ki pomenijo kar najmanjši dimenzijski poseg v prostor in so hkrati oblikovalsko privlačnejši za oko. Razmere se močno zapletejo, ko želimo analizirati obratovanje takega daljnovoda v vremensko zahtevnejših razmerah, kot sta na primer nabiranje ali odpad žlednih obtežb z vodnikov ter vpliv vetrov. Oba omenjena vpliva sta prehodne narave, časovno in krajevno spremenljiva. Analitičnih enačb, ki bi opisovale dinamičen odziv daljnovoda na omenjene zunanje vplive in posledično posamezna prostorska gibanja elementov daljnovoda, ni.

Pri analizi položaja in nihanja daljnovodnih vrvi se gibljemo po specifičnem področju prepleta elektrotehnike in mehanike. Najpomembnejša elektrotehniška naloga je preprečitev kratkih stikov med vodniki. Odziv sistema pa moramo iskati – na podlagi postavitve fizikalnega modela – v dinamiki mehanskih sistemov, ki se ukvarja z mehanskim odzivom med seboj povezanih elementov. Te primere najdemo v strojih, robotiki in drugih sistemih, ki so sestavljeni iz več togih in deformabilnih elementov.

Središče predstavljene problematike je prostorsko modeliranje dinamičnega odziva gibajočega se sistema med seboj povezanih teles po nelinearni teoriji dinamike mehanskih sistemov, kjer nastopajo veliki pomiki in deformacije.

Konec devetdesetih so kanadski avtorji opravili največji prodor v obravnavani problematiki v smeri konkretnih izračunov in simulacij dinamičnega odziva vodnikov. Prvič se je celovito zajelo elektrotehnično izhodišče problema, ki so ga prevedli in reševali s pristopom mehanskih nihanj za oceno možnosti medfaznih stikov, upoštevajoč celotno napenjalno polje daljnovoda. Pristopi temeljijo na uporabi programske kode klasične metode končnih elementov (MKE) [1] – [4]. Večji delež relevantnih člankov s področja posebnih problemov, vezanih na mehanska nihanja daljnovodnih sistemov, po tem času izhaja iz prej omenjenega izhodišča [5] – [7]. V zadnjih letih je poleg omenjenih raziskovalcev zaslediti še kitajske raziskovalce, ki na podoben način proučujejo nekatere probleme iz visokonapetostne tehnike, ob uporabi podobnih programskih orodij [8] – [10].

Za obravnavo mehanskih sistemov pod vplivom velikih pomikov in deformacij je mogoče uporabiti metodo absolutnih vozliščnih koordinat (AVK) [11], [12]. Metoda AVK je posebna metoda končnih elementov, ki ne omejuje velikosti zasukov in deformacij. Posebna prednost se kaže v tem, da so vozliščne koordinate končnih elementov podane v globalnem koordinatnem sistemu, prav tako pa krajevni gradienti koordinat. Posledično se prednost tega zapisa izkaže v konstantni masni matriki, ničelnih centrifugalnih silah in Coriolisovih silah. Togostne matrike so v metodi AVK lahko nelinearne. Metoda poleg izračunov pomikov in deformacij podpira

obravnavo dinamskih procesov in njihovih simulacij v dveh ali več dimenzijah.

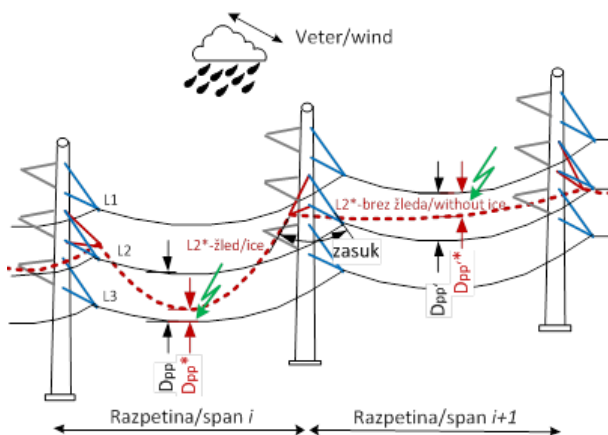
Metoda AVK je bila že uspešno aplicirana na več mehanskih področjih različnih konstrukcijskih nosilcev, plošč in hitro vrtečih se diskov ali jermenskih pogonov [13] – [14]. Najbližje naši problematiki je obravnava dinamičnih razmer drsnih vlakovnih pantografov hitro gibajočih se vlakov [15]. Uporaba metode AVK ni direktna, saj je treba pri obravnavi dinamičnega obnašanja obravnavanega problema identificirati materialne parametre (kot sta gostota in elastičnost) ter jih v numerični model implementirati konsistentno z metodo AVK.

V prvem delu članka je opisano ozadje problematike, ki zahteva proučevanje dinamičnih razmer nihanja daljnovodnih vodnikov. Sledi opis osnovnih značilnosti metode AVK. Poudarek je na aplikaciji metode znotraj daljnovodne tehnike, ki dopušča uporabo končnih elementov nižje prostostne stopnje. V zaključnem delu je podan ilustrativni primer izračuna dinamičnih razmer kompaktiranega daljnovoda pri odpadu žlednih obtežb z vodnika.

## 2 POMIK VODNIKOV IN MEDFAZNI STIK

Inženirski cilj je v največji mogoči meri, upoštevajoč tehnično in stroškovno komponento gradnje in obratovanja daljnovoda, izogniti se prevelikemu številu kratkotrajnih defektov in izpadov daljnovodnih povezav zaradi kratkih stikov ali mehanskih poškodb opreme. Kompaktiran daljnovod na sliki 1 ima v normalnih obratovalnih razmerah stanje vrisano z neprekinjeno črto. Konzole stebrov so v danem primeru vodoravno vrtljivi podporno-nosilni sestavi (angl. Brace Post Assemblies – BPA) [16]. Izolatorski sestavi med posameznimi faznimi vodniki L1, L2 in L3 zagotavljajo medsebojno vzporedno razdaljo  $D_{pp}$ . Ob pojavu zunanje motnje, ko se na primer pojavi neenakomerna obtežba žleda, vetra ali kombinacije obojega na vodniku, se vodnik pomakne v novo stanje, vrisano s črtkano črto, in razdalje  $D_{pp}$  med vodniki se spremenijo. Mestoma lahko doseže kritično razdaljo med vodniki  $D_{pp}^*$ , ki vodi do električnega preboja med vodniki.

V standardih načrtovanja daljnovodov [17] so omenjene razdalje med vodniki definirane prek empirično določenih enačb. Enačbe so pogojene z zgodovino razvoja daljnovodne tehnike in izhajajo iz statičnega pogleda na dimenzioniranje daljnovodov. Ko se preide na področje kompaktiranja daljnovodov, pa rezultati enačb postanejo omejitveni faktor pri kompaktiranju. Zato je za učinkovito kompaktiranje in postavljanje novih meja treba preveriti načrtovano kompaktiranje daljnovoda v obliki dinamičnih analiz različnih scenarijev zunanjih obtežb med obratovanjem.



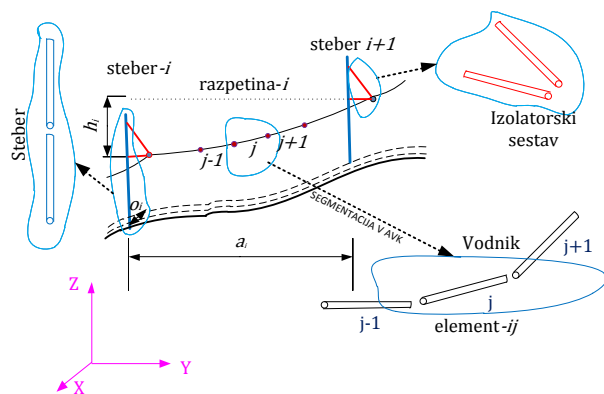
Slika 1: Skica daljnovidnega sistema in električnih medfaznih stikov.

### 3 ABSOLUTNE VOZLIŠČNE KOORDINATE

#### 3.1 Prehod na sistem končnih elementov

Metoda absolutnih vozliščnih koordinat je metoda končnih elementov, ki zahteva 'razstavitev' obravnavane mehanske strukture v končne elemente.

Primer poljubnega daljnovidnega napenjalnega polja v tridimenzionalnem prostoru prikazuje slika 2. Daljnovidno polje je na splošno sestavljeno iz  $n$  razpetin, pri čemer ima vsaka razpetina dolžino  $a_i$ , višinsko razliko med obesišči  $h_i$  in torzijsko oddaljenost med obesišči  $o_i$ . Daljnovidno polje na obeh koncih omejujeta napenjalna stebra, vpeljan pa je enoten globalni koordinatni sistem XYZ.



Slika 2: Razdelitev daljnovidnega sistema v končne elemente.

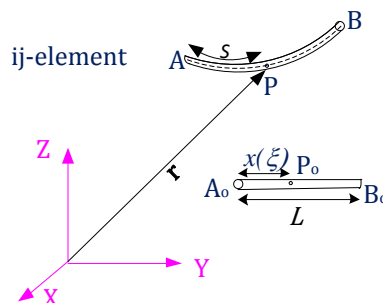
Daljnovid je sestavljen iz teles, ki so stebri, vodniki in izolacijski sestavi. Vsako posamezno telo je razdeljeno na arbitrarno izbrano število končnih elementov. Na primer vsak vodnik v posamezni razpetini  $i$  je razdeljen v poljubno število  $j$  končnih elementov, podobno izolatorski sestavi in – če je vključen v obravnavo – tudi stebri, kot ilustrira slika 2.

Za vsa vozlišča se opredeli medsebojne odvisnosti – kinematične omejitve med končnimi elementi, ki v posameznem vozlišču nastopajo.

Število elementov skupaj z izbranim številom prostostnih stopenj končnega elementa (možni neodvisni pomiki in rotacije) najbolj vpliva na velikost iskanega sistema gibalnih enačb. Zato delitev ne sme biti prepodrobna, da je rezultat izračunljiv v še razumnem času, in hkrati ne pregroba, da se ne izgubijo fizikalne karakteristike končnih elementov.

#### 3.2 Končni element AVK

V primeru obravnave daljnovidnih struktur se večinoma obravnavajo dolgi in tanki elementi (izolatorji in vodniki), kjer je razmerje med dolžino elementa proti premeru elementa veliko. Končni element naj bo torej palica, katere lastna nedeformirana dolžina  $L$  je mnogo večja od lastnega premera palice  $D_C$ . Nedeformirano stanje elementa na sliki je označeno z indeksom 0, kot prikazuje slika 3.



Slika 3: Element AVK v nedeformiranem in deformiranem stanju.

V metodi AVK je oblika elementa oziroma pozicija na elementu, ki jo opisuje krajevni vektor  $\mathbf{r}$  v poljubni točki  $P$  deformiranega elementa, enolično določena s produktom matrike oblikovnih funkcij končnega elementa  $\mathbf{S}$  in vektorjem absolutnih vozliščnih koordinat  $\mathbf{e}$ , v splošnem zapisu [11]:

$$\mathbf{r}(x, t) = [r_x \quad r_y \quad r_z]^T = \mathbf{S}(x)\mathbf{e}(t). \quad (1)$$

Koordinata  $x$  predstavlja vzdolžno koordinato elementa v njegovem lokalnem koordinatnem sistemu. Matrika oblikovnih funkcij  $\mathbf{S}$ , ki opisujejo obliko deformacije končnega elementa, je zapisana s kubičnimi polinomi. V osnovi teorije AVK je končni element paralelogram, kjer je vektor  $\mathbf{e}$  sestavljen iz 24 koordinat oziroma prostostnih stopenj (za vsako vozlišče po tri koordinate pozicije koncev elementa in po trije krajevni gradienti po smeri vsake koordinate [18], vendar, kot je prikazano v [19], lahko tridimenzionalni tanek linijski element predstavimo z elementom AVK nižjega reda, ki ima le 12 prostostnih stopenj). To pomeni, da je element opredeljen z enim pozicijskim vektorjem ter enim gradientnim vektorjem pozicije v vsakem vozlišču A in B, kot prikazuje slika 3. Gradient je pridobljen z odvajanjem krajevnega vektorja pozicije glede na parameter  $x$  v lokalnem koordinatnem sistemu. Povedano enostavnije, je gradient naklon elementa v

izbrani točki. Preostali gradienti pozicije prečno na lokalni koordinatni sistem se zanemarijo. S to poenostavitvijo je mogoče modelirati vzdolžno osno krivljenje elementa, torzijskega efekta pa ni mogoče modelirati. Ta poenostavitev je popolnoma sprejemljiva v daljnovidni tehniki, kjer je pokazano, da torzijska togost nima pomembnega vpliva v dinamiki vodnikov [20]. Nižji red elementa močno prispeva k zmanjševanju dimenzij matrik in vektorjev, ki nastopajo v gibalnih enačbah, in s tem na zmanjševanje potrebnega računskega časa za izvedbo numeričnih simulacij. Absolutne vozliščne koordinate elementa so torej zapisane z vektorjem:

$$\mathbf{e} = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ \dots \ e_{10} \ e_{11} \ e_{12}]^T. \quad (2)$$

### 3.3 Formulacija gibalnih enačb AVK

Enačbe gibanja omejenih, togih in prožnih elementov, povezanih med seboj v odvisen in omejen sistem, so v AVK formalno zapisane kot [12]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^* & \mathbf{C}_e^* \\ \mathbf{C}_e^{*T} & \mathbf{0}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{e}}^* \\ \boldsymbol{\lambda}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{Q}_e^* - \mathbf{Q}_{dam}^* + \mathbf{Q}_g^* + \mathbf{Q}_{ice}^* + \mathbf{Q}_w^* \\ \mathbf{Q}_d^* \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Na levi strani enačbe nastopa  $\mathbf{M}^*$  kot masna matrika elementov,  $\mathbf{C}_e^*$  kot Jakobijeva matrika kinematičnih omejitev, ničelna matrika  $\mathbf{0}^*$ , vektor pospeškov koordinat  $\ddot{\mathbf{e}}^*$  ter vektor Lagrangeevih množiteljev  $\boldsymbol{\lambda}^*$ . S simbolom \* je poudarjeno, da matrike in vektorji, ki sestavljajo sistem gibalnih enačb, veljajo za celoten sistem končnih elementov, kot prikazuje slika 2. Naj bo izbrano število elementov, na katero razdelimo daljnovid, enako  $N$ . Matrika sistema gibalnih enačb ima potemtakem velikost produkta števila izbranih elementov, pomnoženo s številom absolutnih koordinat  $n_e = 12$ , ki opredeljujejo posamezen element, ter številom enačb kinematičnih omejitev gibanja  $n_c$ , ki nastopajo v sistemu. Te so predstavljene v poglavju 3.5. Numerično je treba rešiti sistem algebrasko diferencialnih enačb velikosti  $Nn_e + n_c$ .

Vse sile v sistemu so izražene skozi vektor posplošene sile  $\mathbf{Q}$ , katerega komponente so vezane na absolutne vozliščne koordinate  $\mathbf{e}$ . Na desni strani enačbe so zbrani vektorji zunanjih in notranjih posplošenih sil, ki vplivajo na gibanje posameznih končnih elementov sestavljenega sistema teles. Ti so posplošena sila notranjih elastičnih sil  $\mathbf{Q}_e^*$ , posplošena sila gravitacije  $\mathbf{Q}_g^*$ , posplošena sila žledne obtežbe  $\mathbf{Q}_{ice}^*$ , posplošena sila aerodinamičnega delovanja vetra  $\mathbf{Q}_w^*$  in posplošena sila dušenja  $\mathbf{Q}_{dam}^*$ . Posamezni matematični izrazi posplošenih sil so podani na primer v [21] – [23]. Izkazuje se, da v primeru, ko so kinematične omejitve časovno konstantne in krajevno enostavne, vektor  $\mathbf{Q}_d^*$  postane ničelni vektor, po dimenziji enak velikosti števila enačb omejitev. Večina omejitev v daljnovidni tehniki je enostavnih in vodi do ničelnega vektorja  $\mathbf{Q}_d^*$ .

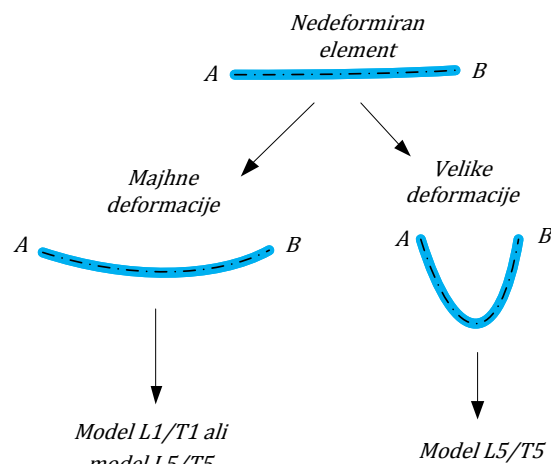
### 3.4 Posplošene elastične sile

Posebno omembo zahtevajo posplošene elastične sile  $\mathbf{Q}_e$ . Te so v splošnem močno nelinearne, izražene s kompleksnimi matematičnimi izrazi pod integralom, ki vsebuje opis ukrivljenosti in raztezka končnega elementa.

Na drugi strani je  $\mathbf{Q}_e$  odprta za vpeljavo poenostavitve z različnimi fizikalnimi interpretacijami stanja končnega elementa. Poenostavitev je vedno osnovana na upoštevanju kontinuuma mehanike glede na pričakovano stopnjo deformacije elementa za konkreten primer, ki ga obravnavamo. Razmere ilustrira slika 4.

Če je element znotraj polja majhnih deformacij, je enačba za  $\mathbf{Q}_e$  celo analitično rešljiva. Pod majhne deformacije elementa se uvrstijo deformacije, kjer je upravičen pristop linearnega odnosa raztezka in pomikov elementa. Pri vodnikih so to na primer majhne oscilacije okoli statične lege. Najenostavnejši matematični model z analitično rešitvijo je L1 za raztezek in T1 za ukrivljenost, imenovan L1/T1 in predstavljen v [18]. Ta model predpostavi, da je raztezek konstanten po celotni dolžini elementa, hkrati pa je vzdolžna deformacija majhna.

Ko gre za večje deformacije elementov, pa je reševanje enačbe za  $\mathbf{Q}_e$  po numeričnem postopku [11] neizogibno, saj poenostavljeni modeli praviloma ne vodijo do konvergence rešitve. Izkazuje pa se, da se doseže bistvena racionalizacija potrebnega časa za potrebe izvajanja numeričnih izračunov, če se enačbe  $\mathbf{Q}_e$  predstavijo v obliki predpripravljenih matematičnih izrazov in predpripravljenih matrik. Pristop je prikazan z obravnavanim modelom L5/T5 v [24].



Slika 4: Ilustracija vpliva velikosti deformacije elementa na izbiro matematičnega modela.

### 3.5 Kinematične omejitve v AVK

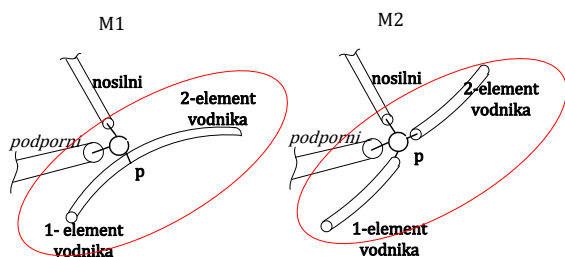
V okviru sistema gibalnih enačb (3) je treba določiti medsebojni odnos med posameznimi končnimi elementi v prostoru. Kinematične enačbe so izjemno pomembne

pri obravnavi, saj poleg medsebojnega odnosa med posameznimi elementi opredelijo tudi končno število prostostnih stopenj, izraženih v številu neodvisnih in odvisnih koordinat.

V najsplošnejši obliki kinematične omejitve zapišemo s sistemom  $n_c$  nelinearnih algebrskih omejitvenih enačb:

$$\mathbf{C}(\mathbf{e}, t) = \mathbf{0}. \quad (4)$$

Enačb je toliko, kolikor je v sistemu omejitev. V splošnem so enačbe omejitev funkcija vzdolžnih koordinat in časa  $t$ . Izkaže se, da so pri opisu daljnovodnih struktur, kjer so vodniki zvezni, različni izolatorski sistemi pa med seboj večinoma zglobno vpeti, kinematične omejitve neodvisne od časa, velja torej  $\mathbf{C}(\mathbf{e}) = \mathbf{0}$ . Za ilustracijo zapisa kinematičnih omejitev naj služi primer medsebojne zveze dveh elementov vodnika, vodnik 1 in vodnik 2, kar prikazuje slika 5. Prikazani sta dve fizikalno različni omejitvi, poimenovani omejitev M1 in omejitev M2.



Slika 5: Skica modeliranja vodnika (M1 – kontinuiran vodnik in M2 – prekinjen vodnik).

V primeru M1 se v točki p, v kateri se stikata elementa vodnika, predpostavi toga zveza in hkrati zvezni potek med vodnikoma. V tem primeru se zapiše šest enačb omejitev med elementoma 1 in 2. Te so vektorsko zapisane naslednje:

$$\mathbf{C}(\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_p^1 - \mathbf{r}_p^2 \\ \frac{\partial \mathbf{r}_p^1}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{r}_p^2}{\partial x} \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (5)$$

Prve tri enačbe povezujejo prostorsko pozicijo zaključka elementa 1 ( $\mathbf{r}_p^1$ ) in začetka elementa 2 ( $\mathbf{r}_p^2$ ) v koordinatnem sistemu XYZ. Druge tri enačbe so enačbe naklonov, ki so odvodi vektorjev koordinat po parametru  $x$  in opisujejo zveznost prehoda med obema elementoma. V primeru M2, ki ga prikazuje slika 5, se stik v točki p modelira kar kot enostavno zglobno zvezo, v kateri medsebojna zveza smeri naklonov obeh elementov ni opredeljena. V tem primeru za opis pozicije omejitev zadostujejo samo tri enačbe. Velja:

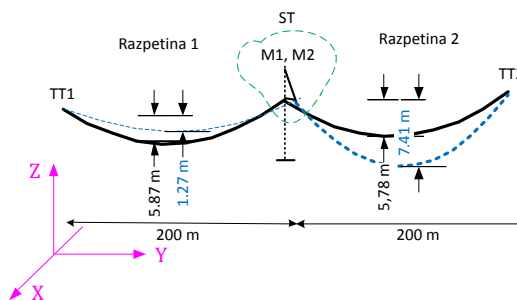
$$\mathbf{C}(\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2) = [\mathbf{r}_p^1 - \mathbf{r}_p^2] = \mathbf{0}. \quad (6)$$

Na podoben način se zapišejo vse enačbe omejitev v sistemu. To so zveze med elementi vodnika znotraj razpetine, elementi sestavov izolacije, vpetišči sestavov izolatorjev na stebre, vpetjem vodnika v končne stebre in interakcijo stebere-tla. Kinematične omejitve vstopijo v gibalne enačbe posredno prek Jakobijeve matrike  $\mathbf{C}_e$ , ki predstavlja odvod kinematičnih enačb  $\mathbf{C}$  po absolutnih vzdolžnih koordinatah.

## 4 NUMERIČNI PRIMER

Primer uporabe metode za izračun in analizo dinamičnih razmer je prikazan na primeru napenjalnega polja daljnovoda z dvema razpetinama. Metoda AVK, prirejena za uporabo v daljnovodni tehniki, je zapisana v programsko kodo v okolju MatLab. Daljnovodno polje je opremljeno z vodnikom 243-A11/39-A20SA in vrtljivimi podpornimi izolatorji BPA, kot ga prikazuje slika 6. Obesišča vodnika so na enaki višini. Osna mehanska sila v vodniku brez žledne obtežbe je 12.75 kN. Z dodatnim bremenom, ko sta obe razpetini obremenjeni z dodatno žledno obtežbo 4,2 kg/m, kar je 5-kratno dodatno breme [17], se osna mehanska sila v vodniku poveča na 42,3 kN, povese pa na 5,78 m. To stanje je opredeljeno kot začetno stanje sistema. Končno stanje je opredeljeno kot statično stanje po iznihanju v primeru odpada žledu le v prvi razpetini. Slika 6 prikazuje statični povese za začetno opazovano stanje z neprekinjeno črto in končno stanje po iznihanju sistema s prekinjeno črto. Tedaj je v prvi razpetini povese enak 1,27 m, v drugi je povese enak 7,41 m. Geometrijsko snovne podatke o elementih daljnovoda, s katerimi se vstopi v numerični model, prikazuje tabela 1.

Opomba: TT1, TT2 - napenjalni steber  
ST-nosilni steber



Slika 6: Obravnavani razpetini v začetnem stanju (črna polna črta) in končnem stanju (črtkana modra črta).

Lastno dušenje vodnikov je modelirano z Rayleighovima koeficientoma  $\alpha = 0.045$  in  $\beta = 0.0018$  [22]. Aerodinamični koeficienti delovanja zraka na gibajoči se element so v vzdolžni smeri 0.1 in obeh prečnih smereh 1.2 [7]. Velja še, da obravnava teče v brezvetrju, brez vpliva zunanega vetra. Podporni stebri so privzeti kot togi in so posledično koordinate obesišč BPA na stebrih konstante.

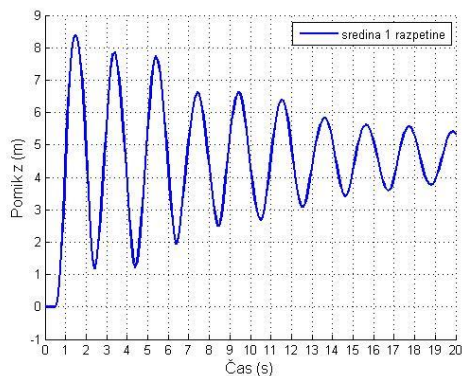
Tabela 1: Tehnični podatki elementov daljnovoda

	Vodnik	BPA -P	BPA-B
Masa [kg/m]	0,93	15	4
Presek [mm <sup>2</sup> ]	282,5	3117	380
Dolžina [m]	20,06*	1,25	1,82
Modul elastičnosti [kN/mm <sup>2</sup> ]	74,3	37	37
Premer [mm]	21,8	63	22

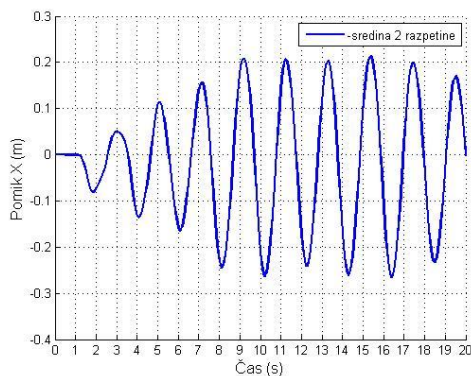
\* dolžina je odvisna od segmentacije, v predmetnem primeru 10 elementov na razpetino

Vsak vodnik v levi in desni razpetini je modeliran z 10 končnimi elementi. Po en element je uporabljen za nosilni del sestava BPA in en element za podporni del izolatorskega sestava BPA. Skupaj se torej v modelu obravnava 264 absolutnih koordinat (22 x 12), katerih rešitve v časovnem prostoru iščemo. Dinamični odziv je odvisen od velikosti in oblike motnje, ki inducira gibanje mehanskega sistema. V numerični simulaciji je privzeta oblika linearne sprostitevne žledne obtežbe. Sprostitev žledne obtežbe se dogodi 0,5 s po začetku numerične simulacije. Žled z vodnika odpade po linearno padajoči funkciji v času 5 ms.

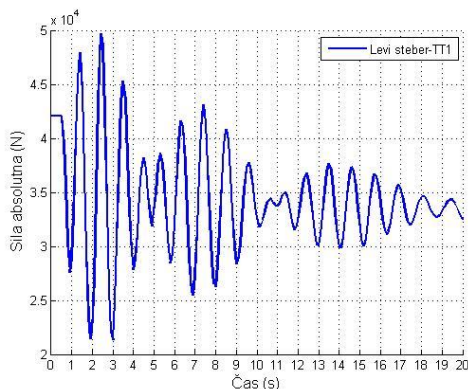
Numerični rezultati simulacije pomembnejših indikatorjev dinamičnih razmer, nastalih zaradi odpada žledne obtežbe v prvi razpetini, predstavljajo slike 7.a (odziv vodnika v navpični smeri v sredini prve razpetine), 7.b (pomik vodnika v prečni x smeri v sredini druge razpetine) in 7.c (absolutna sila v vodniku v levem obesišču TT).



a.



b.



c.

Slika 7: Karakteristični indikatorji dinamičnih razmer: a. odziv vodnika v navpični smeri, b. pomik vodnika v prečni x smeri, c. absolutna sila v vodniku v levem obesišču TT1.

Iz slike 7.a sledi zaključek, da je tudi pri kompaktnih stebrih, opremljenih z izolatorskimi sestavi BPA, treba upoštevati, da bodo pri odpadkih žledne obtežbe nastale velike amplitude nihanja vodnikov. Te v neobremenjeni razpetini v prikazanem primeru dosežejo pomik 8 m iz začetnega stanja. To je običajno že velikost, ko pride do medfaznega stika s sosednjim vodnikom, če sta montirana v isti navpični ravnini. Iz slike 7.b sledi zaključek, da vodniki zaradi vpetja v vodoravno vrtljive izolatorske sestave zanihajo znotraj razpetine tudi v prečni x smeri. Iz slike 7.c sledi zaključek, da sila vodnika, ki deluje na levi napenjalni steber TT, le do omejenega števila nihajev preseže začetno statično vrednost. Preseganje je v predstavljenem primeru ocenjeno na 10 % statične vrednosti. Opaziti je tudi, da so med nihanjem vodniki vseskozi pod natezno mehansko silo, nikoli ne pride do popolne mehanske sprostitevne vodnika.

Prikazani rezultati kažejo, da metoda AVK omogoča poglobljen vpogled v dinamične razmere ob zahtevnih vremenskih razmerah.

## 5 ZAKLJUČEK

Glavni namen dela je vzpostavitev celovitega računskega modela za simulacije dinamičnega odziva daljnovoda s poudarkom na vodnikih in sestavi izolacijske opreme visokonapetostnega daljnovoda v tridimenzionalnem prostoru (3D) ter na zunanjih, časovno spremenljivih mehanskih obtežbah z uporabo metode absolutnih vozliščnih koordinat. Metoda absolutnih vozliščnih koordinat je relativno sveža matematična teorija iz nabora metod končnih elementov. Velikostni razred obravnavanih daljnovodnih struktur in velikostni razredi deformacij, kamor dinamični učinki, nastali zaradi delovanja zunanjih žlednih obtežb na vodnike in/ali delovanja vetrov spadajo, zagotovo upravičujejo njeno uporabo.

Bistveno je, da metoda ostaja odprta ter sočasno preprosta za nadgradnje, najsi bo to proučevanje geometrijsko novih oblik daljnovodnih struktur ali

študija različnih partikularnih problemov, vezanih na zunanje vplive ali sestavne elemente daljnovoda.

Metoda je dobrodošla kot premik meja pri snovanju novih oblik kompaktiranih daljnovodov v smeri dinamičnih analiz, kot dodatno orodje k že obstoječim, večinoma na statični analizi temelječih orodij načrtovanja. Predstavljena metoda AVK je primerna tudi za analiziranje vzrokov dokumentiranih izpadov, deformacij ali poškodb na daljnovodih.

Nadaljnje delo bi bilo lahko usmerjeno v vključitev matematičnega modela, razvitega v uporabniku prijazen programski paket, ki bi ga lahko uporabljali pri projektiranju visokonapetostnih daljnovodov.

## LITERATURA

- [1] K. J. Bathe: Finite element procedures, Second edition, Watertown, MA, 2016.
- [2] A. Jamaledine: Effets statiques et dynamiques de delestagede la glacesur les lignes aeriennes de transpor d'energie electrique, Phd, Universite de Montreal, Canada, 1994.
- [3] M. R. Fekr, G. McClure, D. Hartman: Investigation of transmission line failure due to ice shadding effects using dynamics analysis, Proceedings 8-th International workshop on atmospheric icing of structures, 1998, Str. 11–16.
- [4] Y.M.Desai, P.Yu, N. Popplewell, A.H.Shah: Finite element modelling of transmission line galloping, Computers & Structures, Vol 57, No.3, 1995, Str. 407–420.
- [5] F. Mirshafiei: Modelling dynamic response of overhead line conductors subjected to shock-induced ice shedding, Master thesis, McGill University, Montreal, 2010.
- [6] L. E. Kollar, M. Farzaneh, P. V. Dyke: Modeling of cable vibration following ice shedding propagation, Proceeedings 14-th International workshop on atmospheric icing of structures, IW AIS, Chongqing, 2011.
- [7] A. B. Peabody, G. McClure: Modeling the EPRI Wisconsin Power and Light Broken Wire Test, IEEE Transaction on power delivery, Vol. 25, No3 2010, Str. 1826–1833.
- [8] Y. Wenyuan, Y. Bo, G. Yueming, L. Ming, L. Li: Dynamic responses of UHV transmission tower-line system after ice shedding in heavy ice zones: Proceeedings 14-th International workshop on atmospheric icing of structures, IW AIS, Chongqing, 2011.
- [9] X. Fu, H. Li: Dynamic analysis of transmission tower-line system subjected to wind and rain loads, Journal of Wind engineering and industrial aerodynamics, 157, 2016, Str. 95–103.
- [10] B. Yan, X. Lin, W. Luo, Z. Chen, Z. Liu: Numerical study on dynamic swing of suspension insulator string in overhead transmission line under wind load, IEEE Transaction on power delivery, Vol. 25, No 1, 2010, Str. 248–259.
- [11] A. A. Shabana: Dynamics of multibody systems, third edition, Cambridge University press, 2005.
- [12] A. A. Shabana, Computational continuum mechanics (Chapter 6), Cambridge University press, 2008.
- [13] M. Langerholc, J. Slavič, M. Boltežar: A thick anisotropic plate element in a framework of an absolute nodal coordinate formulation, Nonlinear dynamics, 2013, DOI:10.107/s11017-013-0778-y.
- [14] G. Čepon, M. Boltežar: Dynamics of belt-drive system using a linear complementarity problem for belt-pully contact description, Journal of sound and vibration, Vol. 319, 2009, Str. 1019–1035.
- [15] J. H. Lee, T. W. Park: Development of a three-dimensional catenary model using cable elements based on absolute nodal coordinate formulation, Journal of mechanical science and technology 26 (12), 2012, Str. 3933–3941.
- [16] A.C. Baker et al: IEEE guide for braced insulator assemblies for overhead transmission lines 0 kV and greater, IEEE Transaction on power delivery, Vol. 23, No 2, 2008, Str. 785–791.
- [17] Standard SIST EN 50341-1, 2012.
- [18] M. Berzeri, A. Shabana: Development of simple models for elastic forces in the absolute nodal Co-ordinate formulation, Journal of sound and vibration, 2000, 235(4), Str. 539–536.
- [19] J. Gerstmayr, A.Shabana: Analyses of thin beams and cables using the absolute nodal co-ordinate formulation, Nonlinear dynamics, Vol. 25, 2006, Str. 109–130.
- [20] A. Blik: Dynamic analysis of single span cables, PhD, Massachusetts institute of technology, 1984.
- [21] B. Zemljarič: The absolute nodal coordinate formulation and the conductor dynamic for ice-shedding, Proceedings-Vol.1, The 17-th International workshop on atmospheric icing of structures, 2017, Str. 282–288.
- [22] Y. Takashi, N. Shimizu, K. Suzuki: Study of the damping matrix of the beam element formulated by absolute nodal approach, No. 02-1356, Str. 2225–2232.
- [23] G. Orzechowski, Analysis of beam elements of circular cross section using the absolute nodal coordinate formulation, The archive of mechanical engineering, Vol LIX, No. 3, 2012, Str. 283–296.
- [24] B. Zemljarič, V. Ažbe: Analytically derived matrix end-form elastic-forces equations for a low-order cable element using the absolute nodal coordinate formulation, Journal of Sound and Vibration 446, 2019, Str. 263–272.

**Borut Zemljarič** je leta 1994 diplomiral, leta 2008 magistriral in leta 2020 doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Deluje v okviru gospodarske družbe, na mestu projektanta visokonapetostnih povezav in naprav. Njegova raziskovalna zanimanja poleg elektromagnetnih polj obsegajo tudi razvoj numeričnih metod, namenjenih proučevanju dinamičnih mehanskih stanj daljnovodov v ekstremnih vremenskih razmerah.

**Valentin Ažbe** je leta 1996 diplomiral, leta 2003 magistriral in leta 2005 doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Raziskovalno delo opravlja v Laboratoriju za preskrbo z električno energijo. Od leta 2005 je na fakulteti za elektrotehniko zaposlen kot asistent in od leta 2017 tudi kot predavatelj . Ukvarja se z analizo elektroenergetskih sistemov in naprav FACTS.