

Načrtovanje, modeliranje in simulacije elektromehanskih $\Sigma\Delta$ analogno-digitalnih pretvornikov MEMS

Drago Strle

*Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, LMFE, Tržaška 25, 1000 Ljubljana, Slovenija
E-pošta: drago.strle@fe.uni-lj.si*

Povzetek. V delu predstavljamo metodologijo načrtovanja, modeliranja in učinkovitih simulacij elektromehanskih $\Sigma\Delta$ analogno digitalnih pretvornikov MEMS z veliko ločljivostjo. Metodologija temelji na sistematični pretvorbi časovno zveznega modela mehanskega senzorja MEMS ter časovno zveznega analognega dela elektronskega senzorskega vezja v časovno diskretni model z uporabo impulzno invariantne transformacije. Metodologijo lahko uporabljamo pri načrtovanju senzorskih sistemov MEMS, ki delujejo v sklenjeni zanki, kjer prevajalna funkcija mehanskega dela ne zagotavlja zadostnega slabljenja kvantizacijskega šuma; za realizacijo elektromehanskega $\Sigma\Delta$ analogno digitalnega pretvornika z velikim dinamičnim območjem in veliko ločljivostjo je potrebno dodatno slabljenje kvantizacijskega šuma, ki ga realizira integrirano elektronsko vezje. Predstavljena metodologija omogoča učinkovito in hitro načrtovanje in simulacije, kjer lahko v kratkem času preverimo različne arhitekture in lastnosti elektromehanskega senzorskega sistema MEMS.

Ključne besede: načrtovanje merilnika pospeškov MEMS/NEMS, hibridni elektromehanski $\Sigma\Delta$ analogno digitalni pretvornik, impulzno invariantna transformacija, visokonivojsko modeliranje

Design, modeling and simulations of the MEMS electromechanical $\Sigma\Delta$ modulator

The paper presents a methodology to design, model and efficiently simulate the MEMS electromechanical $\Sigma\Delta$ modulator of the electromechanical analog-to-digital converter with high resolution and high accuracy. The methodology is based on a systematic transformation of a continuous time model of the mechanical part and a continuous time model of an additional electronic loop filter into a unified discrete-time model using an impulse invariant transformation. It can be used to design a MEMS sensor system working in a closed loop where the transfer function of the mechanical part does not provide enough attenuation of the quantization noise, making it impossible to build a high resolution electromechanical $\Sigma\Delta$ modulator with no additional attenuation of the quantization noise. It enables a systematic treatment and fast and efficient simulation, thus providing the possibility to verify and optimize the characteristics of different architectures of the MEMS electromechanical sensor systems in a very short time.

Keywords: Design of the MEMS/NEMS accelerometer, hybrid electromechanical $\Sigma\Delta$ modulator, impulse-invariant transformation, high-level modeling.

1 UVOD

Visokozmogljivi senzorji pospeška MEMS (Mikro-Elektro-Mehanski) [1] in vrtenja [2], ki temeljijo na principu zaznavanja premika mikroelektromehanskih jezičkov prek spremembe kapacitivnosti [2], po navadi

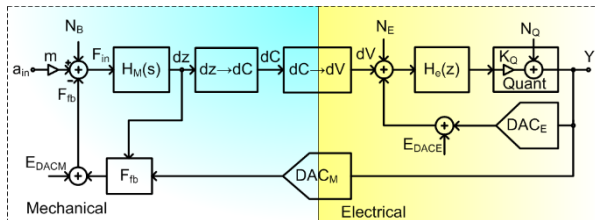
delujejo v sklenjeni zanki ter tako dosežejo večje dinamično območje, boljšo linearnost, večjo pasovno širino in izboljšane preostale parametre senzorskega sistema [3]. Sklenjena zanka prepreči zlepljenje jezička MEMS na spodnjo elektrodo [3], izboljša šumne karakteristike in linearnost pretvorjenega signala ter omogoča majhno porabo energije senzorskega sistema. Direktni priklop senzorja MEMS na vhod $\Sigma\Delta$ modulatorja, kjer del filtra v zanki realizira kar prevajalna funkcija mehanskega dela znatno poenostavi elektronsko vezje in omogoča zmanjšanje porabe; po potrebi v zanko dodamo še časovno diskretni filter, ki ga realizira integrirano vezje. Tako povečamo red šumne prevajalne funkcije (NTF) in s tem izboljšamo razmerje signal/šum (SnR) v zanimivem frekvenčnem območju. Povečanje reda filtra v zanki prinaša poleg dobrih vplivov na SnR (razmerje signal-šum) tudi različne probleme, ki so povezani s stabilnostjo zanke in težavnim načrtovanjem, vse to pa v znatni meri lažje obvladujemo z uporabo predstavljene metodologije.

V članku predstavljamo arhitekturo, načrtovalske korake, modeliranje in simulacijske rezultate visoko-ločljivega elektromehanskega $\Sigma\Delta$ analogno digitalnega pretvornika, kjer mehanskemu delu znotraj zanke po potrebi dodamo še časovno diskretni elektronski filter. Metodologija načrtovanja in modeliranja v časovno diskretnem prostoru združuje visokonivojska modela senzorja MEMS in elektronskega dela z vključenimi najpomembnejšimi neidealnimi pojavi ter tako omogoča učinkovito obravnavo in simulacije.

Delo je organizirano takole. V poglavju 2 predstavimo teoretične osnove delovanja in modeliranja elektromehanskega $\Sigma\Delta$ modulatorja, kjer uporabimo poenostavljen model sistema masa-vzmeti. Poglavje 3 obravnava načrtovalske korake, ki so potrebni za učinkovito načrtovanje, ter impulzno-invariantno transformacijo časovno-zvezne prevajalne funkcije mehanskega dela sensorja MEMS in analognega elektronskega vezja v časovno diskretno prevajalno funkcijo. Poglavje 4 predstavi simulacijske rezultate treh različnih elektromehanskih $\Sigma\Delta$ modulatorjev, kjer je uporabljena opisana metodologija. Poglavje 5 predstavi sklepe in možnosti za nadaljnje korake.

2 ELEKTROMECHANSKI $\Sigma\Delta$ MODULATOR

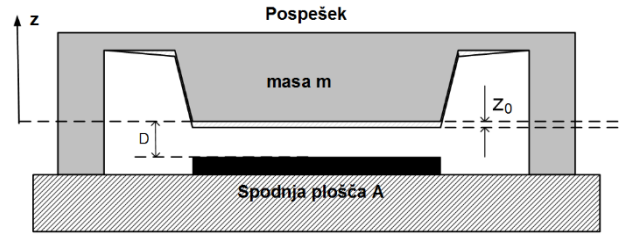
Slika 1 prikazuje blokovni diagram elektromehanskega $\Sigma\Delta$ modulatorja. Leva stran predstavlja mehanski del s prevajalno funkcijo $H_M(s)$ s pretvorbo premika v kapacitivnost $dz \rightarrow dC$ ter pretvorbo spremembe kapacitivnosti v napetost (blok $dC \rightarrow dV$). Mehanski del vsebuje še pretvornik napetosti v silo F_{FB} , ki deluje na jeziček prek DA (digitalno-analognega) pretvornika (blok DAC_M). Elektronski del elektromehanskega $\Sigma\Delta$ pretvornika sestavlja del pretvornika kapacitivnosti v napetost ($dC \rightarrow dV$), blok $H_E(z)$, ki realizira dodatne pole in ničle šumne prevajalne funkcije $NTF(z)$, ter eno-bitni kvantizator (Quant), poleg tega pa še eno bitni, elektronski DA pretvornik (DAC_E) ter del elektromehanskega DA pretvornika (blok DAC_M).



Slika 1: Blokovni diagram elektromehanskega $\Sigma\Delta$ modulatorja

Mehanski del je senzor MEMS, katerega prerez prikazuje slika 2. Sestavlja ga ohišje sensorja, senzor z maso m , ki je elastično vpeta v ohišje, ter spodnja elektroda. Takšen sistem ima resonančno frekvenco pri $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, ki je odvisna od mase m mehanskega dela zgornje elektrode in konstante vzmeti k .

Prevajalna funkcija sensorja MEMS v s prostoru je definirana z (1) [4], kjer simbol δ pomeni faktor dušenja, ki ga določa trenje medija, v katerem se giblje jeziček, ter oblika jezička; m in ω_0 sta masa in resonančna frekvenca mehanskega dela.



Slika 2: Prerez sensorja MEMS z oznako premika v primeru pospeška v smeri osi z

$$H_M(s) = \frac{dz(s)}{F_m(s)} = \frac{1/m}{s^2 + s \cdot 2\delta\omega_0 + \omega_0^2} \quad (1)$$

Vhodni signal je pospešek a_{in} v smeri osi z , ki povzroči silo F_{in} na jeziček z maso m . Elektronsko vezje generira napetost, ki s pomočjo elektrostatične sile F_{fb} deluje v nasprotni smeri kot F_{in} in drži jeziček sensorja MEMS v ravnotežnem stanju, kjer velja enačba (2)

$$F_{in} = m \cdot a_{in} - F_{fb} \quad (2)$$

Senzor je izdelan tako, da nanj deluje vgrajena sila F_0 , kar povzroči vgrajeni odmik z_0 od naravne ravnovesne lege, ki je v ravnotežju odmaknjen od naravne mehanske ravnovesne lege D za z_0 (slika 2). Dinamični odmik dz od vgrajene ravnovesne lege z_0 opiše gibanje sensorja. Signal N_B pomeni šumno gostoto, ki je posledica Brownovega gibanja molekul okoliškega medija in povzroča naključno gibanje sensorja. Kot je razvidno iz blokovnega diagrama na sliki 1, šum vstopa v zanko in neoslabljen pripomore k zmanjšanju razmerja SnR; odvisen je od karakteristik samega sensorja, kot tudi od medija (naključno gibanje molekul v atmosferi okrog sensorja); na šum N_B s signalno-prevajalno-funkcijo (STF) modulatorja ne moremo vplivati, zato ga v nadaljnji obravnavi ne upoštevamo. Dinamični odmik dz lahko izmerimo posredno prek spremembe kapacitivnosti dC ; v blokovnem diagramu na sliki 1 je ta odmik predstavljen z blokom $dz \rightarrow dC$ in enačbo (3).

$$dC = \epsilon_0 A \left(\frac{1}{D + z_0 + dz} - \frac{1}{D + z_0} \right) \quad (3)$$

Pomen simbolov v (3) je naslednji: z_0 je odmik v mirovanju od naravne ravnovesne lege, ki je posledica vgrajene sile F_0 (ravnovesna lega je premaknjena glede na mirovno pozicijo D za z_0), dz opisuje dinamičen odmik od ravnovesne lege, ki je posledica vhodne sile, A je površina sensorja in ϵ_0 dielektričnost v vakuum. Ojačevalnik naboja pretvorbi spremembo kapacitivnosti v napetost pri visokih frekvencah nad mejno frekvenco $1/f$ šuma, ki je za tehnologijo CMOS v razredu nekaj sto kHz. Tako se izognemo vplivu nizkofrekvenčnega dela

1/f šuma elektronskega vezja in vplivu ničelne vhodne napetosti. Po visokofrekvenčnem ojačenju sledi sinhrona demodulacija; ta pretvori visokofrekvenčni signal, ki nosi informacijo o kapacitivnosti (in s tem o odmiku senzorja od ravnovesne lege) nazaj v osnovni frekvenčni pas; sledi nizkopropustni filter, ki odstrani ostanke mešanja ter v visoke frekvence predstavljene in ojačene ostanke 1/f šuma in ničelne vhodne napetosti. Vsi ti elementi se skrivajo v bloku $dC \rightarrow dV$ slike 1; del pripada mehanskemu delu senzorja in del elektronskemu vezju. Primerno ojačen signal vstopi v elektronski del $\Sigma\Delta$ modulatorja, ki ima prevajalno funkcijo $H_E(z)$. Šumni izvor N_E združuje termične in 1/f šumne izvore vseh elektronskih komponent modulatorja, preračunanih na vhod. Kvantizacijski šum modeliramo s signalom N_Q , medtem ko napako zaradi linearnosti internega elektronskega digitalno-analognega (DA) pretvornika predstavlja signal E_{DAE} . Kvantizator je lahko eno ali večbitni; njegova linearnost ne vpliva ključno na lastnosti modulatorja, ker so take napake izpostavljene šumnemu preoblikovanju, ki ga določa šumna prevajalna funkcija elektromehanskega modulatorja $NTF(z)$. Interni DA pretvornik (blok DAC_M na sliki 1) je lahko eno ali večbitni; napake nelinearnosti pri taki arhitekturi modulatorja pridejo do izhoda neoslabljene, zato je najprimernejši eno bitni DA pretvornik, ki je inherentno linearen [5]. Pretvorjen signal iz DA pretvornika krmili senzorski element in generira silo $dF_{fb} = F - F_0$, ki je sorazmerna s kvadratom priključene napetosti V^2 in z dinamičnim odmikom dz (enačba (4)), kjer je napetost V_0 izbrana tako, da je v mirovnem stanju sila F_0 enaka polovici največje sile, ki jo pričakujemo zaradi pospeška in povzroči povprečni začetni odmik $D_0 = D + z_0$. Jeziček senzorja se zaradi pospeška a_m giblje v okolici te pozicije z razdaljo dz . Sočasno na jeziček deluje elektrostatična sila F_{fb} v nasprotni smeri sile, ki je posledica priključene napetosti (4).

$$dF_{fb} = -\frac{\varepsilon_0 A}{2} \left[\frac{V^2}{(D + z_0 + dz)^2} - \frac{V_0^2}{(D + z_0)^2} \right] \quad (4)$$

Za eno bitni kvantizator in eno bitni DA pretvornik se enačba (4) poenostavi v (5). Signal $BS = \{\pm 1\}$ predstavlja bitni tok (bit-stream) oziroma izhodni signal elektromehanskega $\Sigma\Delta$ modulatorja.

$$dF_{fb} \cong -\frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{2} \left[\frac{(1 + BS)}{(D_0 + dz)^2} - \frac{1}{(D_0)^2} \right] \quad (5)$$

Pri eno-bitnem kvantizatorju je sila sorazmerna signalu BS . Za povprečni vhodni pospešek $a_m = 0$ je povprečje $BS = 0$ in povprečje izraza $BS + 1 = 1$; relacija med dF_{fb} in BS je torej linearna. Majhna

nelinearnost še vedno obstaja zaradi nelinearne zveze med silo F_{fb} in odmikom dz (enačba (5)). Za pretvornik z nizko ločljivostjo to ni problem, za visoko-ločljivi pretvornik, kjer se zahteva veliko dinamično območje pospeškov, pa takšna nelinearnost zmanjšuje efektivno število bitov modulatorja zaradi zmanjšane SNDR (razmerje signal proti šumu in popačenjem); nelinearnost je treba kompenzirati z dodatkom ustreznega kompenzatorja s primerno karakteristiko; takšna rešitev je v razvoju.

Pred sintezo prevajalne funkcije NTF je treba linearizirati nelinearne komponente odziva senzorja tako, da silo dF_{fb} razvijemo v Taylorjevo vrsto; če je dz majhen v primerjavi z z_0 , kar se zgodi pri hitrem vzorčenju oziroma majhnem T_s , ohranimo le linearni člen Taylorjeve vrste in dobimo približno relacijo za silo F_{fb} (enačba (7)) in kapacitivnost dC (enačba (8)).

$$dF_{fb} = -\frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{2} \left[\frac{(1 + BS)}{(D_0)^2} - \frac{2 \cdot dz \cdot (1 + BS)}{(D_0)^3} \right] \quad (6)$$

$$dF_{fb} \cong -\frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{2} \left[\frac{(BS)}{(D_0)^2} \right] \quad (7)$$

$$dC \cong -\frac{dz \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{(D_0)^2} \quad (8)$$

Desni del enačbe (6) je veliko manjši od levega, zato ga lahko izpustimo; ostane enačba (7). Ker približni model ne vsebuje zveze z dz , lahko v linearnem modelu blokovnega diagrama s slike 1 izpustimo črto, ki povezuje signal dz z blokom F_{fb} , pri čemer se moramo zavedati, da je to poenostavitev.

3 METODOLOGIJA NAČRTOVANJA

Načrtovanje elektromehanskega $\Sigma\Delta$ modulatorja začnemo s sintezo šumne prevajalne funkcije, ki je določena z zahtevanim razmerjem SnR v pasovni širini BW , ter arhitekturo, pri čemer upoštevamo, da mehanski del realizira prevajalno funkcijo 2. reda (1). Zaradi enostavnosti, hitrosti simulacij ter vzorčenja, ki je vgrajeno v vsak modulator, celoten postopek poteka v časovno diskretnem prostoru. Za sintezo šumne prevajalne funkcije $NTF(z)$ uporabimo program Delsig [6], s pomočjo katerega določimo pole in ničle šumne prevajalne funkcije $NTF(z)$ celotnega elektromehanskega modulatorja. Sledita izračun filtra v povratni zanki in izračun elektronskega dela filtra v zanki, saj je mehanski del že določen in realizira prevajalno funkcijo 2. reda $H_M(s)$, ki jo določajo mehanske lastnosti senzorja. Red filtra ter pole in ničle

dotatnega elektronskega, časovno diskretnega filtra $H_E(z)$, izračunamo s pomočjo enačbe (9):

$$H_E(z) = \frac{1}{H_M(z)} \cdot \frac{1 - NTF(z)}{NTF(z)}. \quad (9)$$

Šumno prevajalno funkcijo sestavljata mehanski del, ki je časovno zvezen $H_M(s)$, ter elektronski del $H_E(z)$, ki je časovno diskreten. Mehansko prevajalno funkcijo pretvorimo v časovno diskretno prevajalno funkcijo $H_M(z)$ s pomočjo impulzno-invariantne transformacije [7]. V tem primeru bosta odziva zveznega sistema $H_M(s)$ in časovno diskretnega sistema $H_M(z)$ enaka ob koncu vsake periode vzorčenja ($t = nT$, za vsak n); postopek opisujejo enačbe (10) do (13), kjer je $R_{DACm}(s)$ enak Laplaceovi transformaciji odziva DA pretvornika $\hat{r}_{DACm}(t)$, ki ga izračunamo s pomočjo konvolucije. To je tako imenovana impulzno-invariantna transformacija.

$$x(nT_s) = x_a(t) \Big|_{t=nT_s}; h_M(nT_s) = h_m(t) \Big|_{t=nT_s} \quad (10)$$

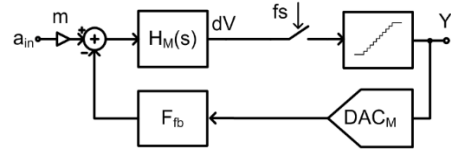
$$h_M(nT_s) = Z^{-1} \{ H_M(z) \} = L^{-1} \{ R_{DACm}(s) \cdot H_M(s) \} \Big|_{t=nT_s} \quad (11)$$

$$h_M(nT_s) = \left[\hat{r}_{DACm}(t) * h_m(t) \right] \Big|_{t=nT_s} = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{r}_{DACm}(\tau) h_m(t - \tau) d\tau \right] \Big|_{t=nT_s} \quad (12)$$

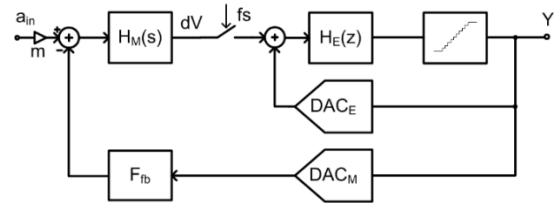
$$H_m(z) = Z \{ h_m(nT_s) \} \quad (13)$$

Pri elektromehanskem $\Sigma\Delta$ modulatorju k celotni šumni prevajalni funkciji $NTF(z)$ mehanski del prispeva $H_M(z)$, dodatni elektronski del pa $H_E(z)$, ki ga izračunamo s pomočjo enačbe (9).

Elektromehanski $\Sigma\Delta$ modulator je hibridni modulator, kjer se v mehanskem delu pojavi odvijajo zvezno, v elektronskem delu pa zvezno ali časovno diskretno. Na splošno lahko ločimo tri različne realizacije: prva vsebuje $H_M(s)$ in vzorčevalnik pred internim kvantizatorjem (slika 3); v tem primeru modulator ne vsebuje elektronskega filtra. Druga realizacija vsebuje $H_M(s)$, čemur sledi vzorčenje, ter nato $H_E(z)$ (slika 4). Tretja realizacija vsebuje $H_M(s)$ ter elektronski del s časovno zveznim filtrom $H_E(s)$, nato sledita vzorčevalnik ter interni kvantizator (slika 5). Mogoča je še četrta konfiguracija, ki je podobna konfiguraciji s slike 5 z dodatnim časovno diskretnim elektronskim filtrom za vzorčevalnikom.



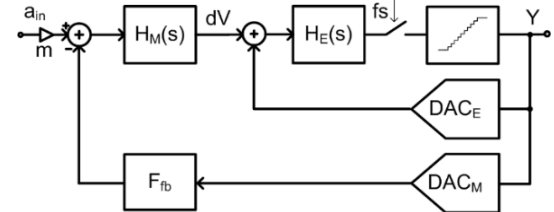
Slika 3: Elektromehanski $\Sigma\Delta$ modulator (primer 1): Mehanska prevajalna funkcija $H_M(s)$, vzorčevalnik in kvantizator.



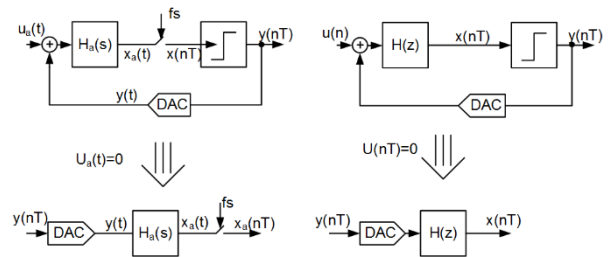
Slika 4: Elektromehanski modulator (primer 2): Filter v zanki je sestavljen iz mehanske prevajalne funkcije $H_M(s)$, vzorčevalnika, elektronske prevajalne funkcije $H_E(z)$ in kvantizatorja.

Za prvi primer, ki ga prikazuje slika 3, lahko izračunamo ekvivalentno prevajalno funkcijo $H_E(z)$ s pomočjo poenostavljenega modela na sliki 6.

Da bi lahko analitično ovrednotili obnašanje modulatorjev v vseh treh primerih, je treba izračunati odziv filtra in DA pretvornika elektromehanskega elementa ter po potrebi še zveznega elektronskega filtra



Slika 5: Elektromehanski $\Sigma\Delta$ modulator (primer 4): Filter v zanki sestavljajo mehanska prevajalna funkcija $H_M(s)$, elektronska prevajalna funkcija $H_E(s)$, vzorčevalnik in kvantizator.

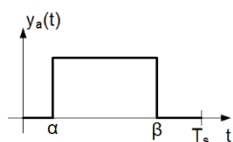


Slika 6: Impulzno-invariantna transformacija

v trenutkih vzorčenja, kot to prikazuje spodnji del slike 6. Prevajalni funkciji mehanskega dela in eventualnega zveznega elektronskega filtra, ki smo ju izračunali s pomočjo impulzno-invariantne transformacije [7], sta

tako $H_M(z)$ in $H_E(z)$. Pri tem je treba upoštevati še vpliv digitalno analognega pretvornika, in sicer tri pomembne parametre. a) Zakasnitev, ki nastane med časom vzorčenja in pojavom napetosti na izhodu DA pretvornika ter obliko te napetosti. b) Čas vzpona in padanja impulzov DA pretvornika, ki so odvisni od velikosti signala in vnašajo popačenja v odvisnosti od velikosti signala (problem rešujemo s primerno obliko DA impulzov, npr. RZ («return-to-zero») namesto NRZ («non-return-to-zero»). Tretji problem pa je nelinearnost sile v povratni zanki, ki jo rešujemo s primerno kompenzacijo nelinearne zveze med dz in F_{fb} in s primernim nelinearnim preoblikovanjem signala V , ki krmili jeziček MEMS in povzroča silo F_{fb} .

Digitalno analogni pretvornik pri časovno diskretni realizaciji znanega filtra ne pomeni nikakršnega problema, ker lahko s primernim načrtovanjem vezja stikalo-kondenzator (S-C) zagotovimo popoln prenos naboja v eni periodi vzorčenja. Pri časovno zveznem sistemu je treba modelirati in realizirati DA pretvornik na primeren način. Pomembna je oblika impulza DA pretvornika, ki je prikazan na sliki 7; opisuje ga enačba (14), kjer α označuje začetek impulza ($0 \leq \alpha < 1$), β pa konec impulza ($0 \leq \beta < 1$); izpolnjen mora biti pogoj, da je $\alpha < \beta$. $u(t)$ označuje enotino stopnico. Laplaceova transformacija odziva DA pretvornika (15) omogoča pravi izračun $H_M(z)$ ob $t = nT_s$.



Slika 7: Oblika impulza enobitnega DA pretvornika s parametri α (začetek impulza) in β (konec impulza)

$$\hat{r}_{DACm}(t) = u(t - \alpha T_s) - u(t - \beta T_s) \quad (14)$$

$$L\{\hat{r}_{DACm}(t)\} = \frac{e^{-\alpha s T_s} - e^{-\beta s T_s}}{s} \quad (15)$$

Oblika impulza enobitnega DA pretvornika in njegovo trajanje spremenita prevajalno funkcijo v povratni zanki; v tem delu bomo obravnavali le primer, ko je $\alpha = 0$ in $\beta = 1$. Splošni primer je v fazi razvoja. Lastnosti mehanskega dela in eventualnega elektronskega dela zveznega filtra določata pole in ničle koeficientov, ki jih lahko izračunamo s pomočjo parcialnih ulomkov (fractional expansion) prevajalne funkcije (18). Za zdaj obravnavamo le izračun pretvorbe mehanskega dela, kjer je prevajalna funkcija določena z (1). Ekvivalentno prevajalno funkcijo $H_M(z)$ za $\delta \neq 1$

lahko izrazimo s poli prvega reda p_x (16) in koeficienti a_x (17).

$$p_{1,2} = -\delta \cdot \omega_0 \pm \sqrt{\delta^2 - 1} \quad (16)$$

$$a_1 = -a_2 = \frac{1}{2m\omega_0 \sqrt{\delta^2 - 1}} \quad (17)$$

$$H_M(s) = \sum_{k=1}^2 \frac{a_k}{s - p_k} \quad (18)$$

$$H_M(z) = \sum_{k=1}^2 \frac{a_k \cdot z}{z - z_k} \quad (19)$$

Koeficiente a_k in pole z_k ekvivalentne prevajalne funkcije $H_M(z)$ izračunamo z razvojem (12) in izenačitvijo pripadajočih koeficientov. Rezultate za mehansko prevajalno funkcijo drugega reda podajajo enačbe (20) do (22), kjer koeficienta z_1 in z_2 izračunamo s pomočjo (23).

$$h(nT_s) = \sum_{k=1}^2 \frac{a_k}{p_k} \left(e^{p_k T_s (1-\beta)} - e^{p_k T_s (1-\alpha)} \right) \quad (20)$$

$$Z^{-1}\{H(z)\} = (a_1 z_1^{nT_s} + a_2 z_2^{nT_s}) \cdot u(nT_s) \quad (21)$$

$$a_k = \frac{a_k}{p_k} \left(z_k^{(1-\beta)} - z_k^{(1-\alpha)} \right); \quad k = 1, 2 \quad (22)$$

$$z_1 = e^{p_1 T_s}; \quad z_2 = e^{p_2 T_s} \quad (23)$$

V primeru, ko je parameter $\delta = 1$, izračun podaja enačba (24):

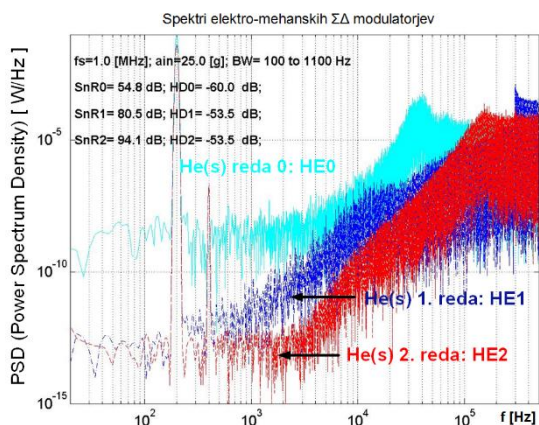
$$\begin{aligned} p_x &\rightarrow 0; \quad z_x \rightarrow 1; \\ a_x &\rightarrow -a_x \frac{\beta - \alpha}{(1 - \beta)(1 - \alpha)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Z uporabo transformacij (20) do (24), lahko zvezno prevajalno funkcijo mehanskega dela $H_M(s)$ pretvorimo v časovno diskretno prevajalno funkcijo $H_M(z)$, kjer upoštevamo tudi lastnosti DA pretvornika ter obliko njegovih impulzov. Če prevajalna funkcija vsebuje še elektronski del, je postopek enak, le število polov in koeficientov se ustrezno poveča. Simulacija takega modela je za nekaj velikostnih razredov hitrejša kot pri simulaciji s programom Spice [8][9], poleg tega lahko z uporabo predstavljene metodologije lažje analitično in sistematično obravnavamo preostale parametre, med drugim tudi stabilnost.

4 SIMULACIJSKI REZULTATI

Vpliv dodatnega elektronskega filtra v zanki modulatorja poveča razmerje SnR celotnega modulatorja. Obravnavano metodologijo smo uporabili pri načrtovanju in simulaciji treh različnih elektromehanskih $\Sigma\Delta$ modulatorjev. Prvi vsebuje le prevajalno funkcijo mehanskega dela, kjer mehanske lastnosti senzorja opisuje enačba (1). Drugi modulator vsebuje še časovno diskretni filter 1. reda, tretji pa še

časovno diskretni filter 2. reda. V simulacije ni vključen šum, ki ga povzroča Brownovo gibanje molekul okoliškega medija (zraka). Ker ta šum vstopa v zanko na vhodu, njegov prispevek ni odvisen od lastnosti modulatorja; edina možnost za zmanjšanje šuma N_B je, da celoten senzor deluje v vakuumu; v tem primeru ni Brownovega gibanja molekul ali pa je zanemarljiv. Vsi trije modulatorji vsebujejo notranja enobitna AD in DA pretvornika. Stabilnost v prvem in drugem primeru ni problematična, medtem ko je za modulatorje višjih redov treba optimizirati pozicijo polov in ničel v skladu s pogoji stabilnosti; stabilnostna analiza presega vsebino tega članka. Vzorčna frekvenca je v vseh treh primerih $f_s = 1\text{MHz}$. Vhodni signal je v vseh treh primerih enak pospešku, ki ima sinusno obliko z amplitudo $A_m = 25g$ in frekvenco $f_m = 200\text{Hz}$; ta prek mase m generira vhodni signal-silo F_m , ki deluje na jeziček. Simulacijske rezultate za vse tri primere prikazuje slika 8 v različnih barvah: svetlo modra črta prikazuje spekter modulatorja, ki vsebuje le elektromehanski filter (HE0), temno modra črta prikazuje spekter modulatorja z dodanim elektronskim filtrom 1. reda (HE1) ter rdeča z dodanim elektronskim filtrom 2. reda (HE2). Spekter izhodnega signala BS v vseh treh primerih vsebuje spektralno črto pri 200Hz , katere moč je sorazmerna z amplitudo vhodnega pospeška ter preoblikovan kvantizacijski šum in vplive najpomembnejših neidealnosti elektronskega dela in senzorja MEMS; oblika šumnega spektra je odvisna od šumne prevajalne funkcije NTF celotnega modulatorja. Opazimo precejšnje izboljšanje vpliva kvantizacijskega šuma v propustnem pasu pri dodanih elektronskih filterih in s tem boljše razmerje SnR v pasu $BW = 1\text{kHz}$. Če dodatnega elektronskega filtra ni (primer HE0 na sliki 8), je razmerje $SnR_0 = 54,8\text{dB}$. Ko je dodan filter prvega reda HE1 (spekter je označen z modro barvo), dosežemo boljše razmerje SnR , ki znaša: $SnR_1 = 80,5\text{dB}$. Dodatni elektronski filter



Slika 8: Spekter signala na izhodu elektromehanskega $\Sigma\Delta$ modulatorja za tri različne stopnje dodatnega elektronskega filtra $H_E(z)$

drugega reda (HE2) prispeva dodatno slabljenje kvantizacijskega šuma in tako lahko dosežemo še boljše razmerje: $SnR_2 = 94,1\text{dB}$. Harmonska popačenja HD so v vseh treh primerih približno enaka in znašajo od -60dB do -55dB . Vzrok za relativno velika harmonična popačenja je nelinearna zveza med dz, V in F_{fb} v (4). Trenutno potekajo raziskave načinov, kako najpreprosteje in najučinkoviteje kompenzirati to nelinearnost, ki povzroča popačenja v digitalnem izhodnem signalu.

5 SKLEP

V delu obravnavamo metodologijo načrtovanja, modeliranja in učinkovitih simulacij elektromehanskih $\Sigma\Delta$ modulatorjev. Metodologija je prilagojena iz načrtovalskih postopkov za načrtovanje časovno zveznega $\Sigma\Delta$ modulatorja in je s predstavljenimi spremembami primerna za načrtovanje splošnih elektromehanskih $\Sigma\Delta$ modulatorjev. V delu prikažemo primer pretvorbe, načrtovanja in simulacije za elektromehanski $\Sigma\Delta$ modulator 2. reda in primerjavo simulacijskih rezultatov osnovnega modulatorja, kjer mehanski del določa NTF , ter dveh modulatorjev višjih redov, kjer v zanko vstavimo dodatna, elektronska, časovno diskretna filtra 1. in 2. reda. Simulacije so izjemno učinkovite, poleg tega pa lahko na visoki hierarhični ravni vključimo glavne neidealnosti elektronskih sklopov in mehanskega dela. V prihodnosti nameravamo vključiti še načrtovalske korake in modeliranje vezja za kompenzacijo nelinearnosti, ki bo zmanjšalo popačenja elektromehanskih $\Sigma\Delta$ modulatorjev zaradi nelinearnosti zveze med elektrostatično silo na jeziček, odmikom od ravnovesne lege in napetostjo.

LITERATURA

- [1] M. Tsai, Y. Liu, W. Fang, "A Three-Axis CMOS-MEMS Accelerometer Structure With Vertically Integrated Fully Differential Sensing Electrodes," IEEE JMEMS, vol.21, No. 6, Dec. 2012.
- [2] J. Liewald, B. Kuhlmann, T. Balslink, M. Trachtler, M. Dienger and Yiannos Manoli, "100kHz MEMS Vibratory Gyroscope," IEEE JMEMS, vol. 22, No. 5, Oct. 2013.
- [3] H. Kulah, J. Chae, N. Yazdi, K. Najafi, "Noise Analysis and Characterization of a Sigma-Delta Capacitive Micro accelerometer," IEEE JSSC, vol. 41, No. 2, Feb. 2006.
- [4] C. P. Lewis, M. Kraft, T. G. Heskett, "Mathematical model for micromachining accelerometer," Trans. Inst. Of Meas. and Control, Vol 18, No.2, pp 92–98, 1996.
- [5] S. R. Norsworthy, R. Schreier, G. C. Themes, "Delta-Sigma Data Converters, Theory, Design and Simulation," IEEE Press 1997.
- [6] R. Schreier, "Delta Sigma Toolbox," <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19-delta-sigma-toolbox>.
- [7] J. A. Cherry, W. M. Snelgrove, "Excess Loop Delay in Continuous-Time Delta-Sigma Modulators," IEEE trans. on CAS-II, Analog and digital signal processing, vol. 46, No. 4, April, 1999.

- [8] Y. Dong, M. Kraft, C. Gollasch, W. R. White, „A high performance accelerometer with a fifth-order sigma-delta modulator,“ *Journal of Micromechanics and Micro engineering*, vol. 15, pp. 1–8, March 2005.
- [9] D. Strle “Mixed-signal circuits modelling and simulations using Matlab,” *Engineering education and research using Matlab*, In-Tech: 2011, pp. 113–147, <http://www.intechopen.com/books/show/title/engineering-education-and-research-using-matlab>.

Drago Strle. je pridobil doktorat znanosti v letu 1991 na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani s področja načrtovanja in sinteze vezij Stikalo-Kondenzator. Ima več kot 30 let izkušenj na področju načrtovanja mešanih analogno-digitalnih integriranih vezij, s poudarkom na načrtovanju integriranih, nizko šumnih, visoko sposobnih senzorskih vmesnikov. Trenutno je izredni profesor na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani, kjer poučuje predmete s področja elektronike in mikroelektronike. Raziskovalna dejavnost obsega modeliranje, načrtovanje in testiranje mešanih analogno-digitalnih integriranih vezij ter integriranih senzorjev in senzorskih vmesnikov za senzorje MEMS ter kemijske in biološke senzorje.