

# Razširjena metoda za verjetnostni izračun pretokov moči z uporabo metode kumulant

Jerneja Bogovič, Gorazd Bone, Rafael Mihalič

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, 1000 Ljubljana, Slovenija  
E-pošta: jerneja.bogovic@fe.uni-lj.si, gorazd.bone@fe.uni-lj.si, rafael.mihalic@fe.uni-lj.si

**Povzetek.** V elektroenergetskem sistemu (EES) se vseskozi spreminjajo pretoki moči in napetostne razmere, kar je posledica spreminjanja porabe, konfiguracije omrežja in proizvodnje. Pri vodenju in načrtovanju EES je treba predvideti vsa obratovalna stanja v EES. Ob vsaki spremembi, ki ni bila upoštevana v predhodnih izračunih pretokov moči in napetostnih razmer, je odziv sistema neznan. Zato so se začele razvijati metode za verjetnostni izračun pretokov moči in napetostnih razmer. To so metode, ki nam povedo, kolikšna je verjetnost, da bo v sistemu nastopila posamezna vrednost pretokov moči in napetostnih razmer. Najstarejša metoda za verjetnostni izračun pretokov moči je metoda Monte Carlo. Ta deluje tako, da za različne kombinacije vhodnih podatkov proizvodnje in porabe v odvisnosti od verjetnosti nastopa izračuna verjetnostne pretoke moči in napetostne razmere. Prednost te metode je, da je zelo točna, saj računa pretoke moči za dejanska stanja, medtem ko je njena slabost, da je časovno zelo potratna, saj je treba izvesti več deset tisoč izračunov pretokov moči. Zato se je začel razvoj metod, ki so hitrejše, vendar nekoliko manj točne. Ena hitrejših metod je metoda kumulant, ki je natančneje predstavljena v prvem delu, rezultati uporabe na modelu pa v drugem.

**Ključne besede:** Gram-Charlierjev razvoj, metoda kumulant, metoda Monte Carlo, statični sinhronski serijski kompenzator (SSSC), verjetnostni izračun pretokov moči

## An improved method enabling probabilistic calculation of the power-system load-flow using the method of cumulants

The power-system load-flow and voltage states are constantly changing as a result of the variations in the power production and consumption and network configuration. For the power-system to operate properly, any of its operating states should be duly considered in the power-system planning phase. At any possible change that has not been accounted for in calculations, the response of the power-system is unknown. To cope with this issue, several probabilistic load-flow methods have been developed. Using these methods, the probability of a certain state that might occur in the power-system is predicted. The oldest method for probabilistic load-flow calculations is the Monte Carlo method. It calculates the states of the power-system for different combinations of the input data. Its advantage is a high level of accuracy and its disadvantage is in its being much time consuming, since it requires tens of thousands of load-flow calculations. In this paper we present new fast but slightly less accurate methods. One of them is the method of cumulants. Its presentation is given in the first part and the results of using it are shown in the second part of the paper.

## 1 UVOD

Izračun pretokov moči je osnovni izračun, ki se uporablja pri obratovanju in načrtovanju EES. Ker se

obratovalni pogoji v EES spreminjajo tako na strani proizvodnje kot na strani porabe, spreminja pa se tudi topologija prenosnih poti, je treba za vse te pogoje izračunati pretoke moči in napetostna stanja. Ker je nemogoče predvideti vsa obratovalna stanja, ki bodo nastopila, in s tem izvesti izračune za vsa ta obratovalna stanja, so se razvile stohastične oz. verjetnostne metode za izračun pretokov moči.

Glavni motiv pri razvoju teh metod je bila želja po natančnem načrtovanju in vodenju sistema s poznavanjem vseh mogočih scenarijev, ki naj bi bili tudi finančno ovrednoteni. To pa je ključni dejavnik pri optimizaciji sistema. Če je sistem predimenzioniran, imamo po nepotrebnem povečane stroške zaradi gradnje in vzdrževanja, če pa je sistem »poddimenzioniran«, lahko nastanejo dodatni stroški zaradi povečanih izgub, povečane verjetnosti odpovedi elementov in povečane količine nedobavljene električne energije. S pomočjo verjetnostnih pretokov moči lahko poiščemo statistično optimalno dimenzioniranje postroja.

Najprej uporabljena in najbolj točna izmed verjetnostnih metod za prenosna in distribucijska omrežja je metoda Monte Carlo, ki ima negativno lastnost, da je počasna in potrebuje veliko programskega prostora [3], [4], [5] in [6]. Metoda namreč za vse mogoče dogodke in stanja sistema izračuna pretoke moči in napetostne razmere. Da bi se izognili tem

problemom, so bile razvite hitrejše metode za verjetnostni izračun pretokov moči. Te metode so metoda, ki predvideva normalno porazdelitev, momentna metoda, konvulcijska metoda in metoda kumulant [4], [6]. Prednost teh metod je, da so hitre, slabost pa, da so nekoliko manj točne. Kot rezultat podajo srednjo vrednost in standardni odklon oz. zbirno funkcijo verjetnosti, pri čemer se večje nelinearnosti sistema ne upoštevajo, saj se sistem linearizira okoli neke delovne točke.

Na tem mestu je natančneje predstavljena metoda z uporabo kumulant in Gram-Charlierjev razvoj v vrsto za prenosna omrežja. V literaturi metoda temelji na izračunu verjetnostnih pretokov moči in napetostnih razmer, ko se spreminjajo le injicirane delovne in jalove moči [3], [7], [8], [9], [10]. Pogoji za uporabo metode so konstantne amplitude napetosti na generatorjih ter konstantna amplituda napetosti in kot napetosti v bilančnem vozlišču. Če te vrednosti niso konstantne, se lahko uporabi razširjena metoda, ki je na tem mestu dodatno predstavljena. Razširjena metoda je prav tako uporabna, če so v EES vključene regulacijske naprave (FACTS), pri čemer se spreminja pretok moči skozi napravo, injicirana napetost naprave ali želena napetost v vozlišču, kjer je naprava priključena.

## 2 VERJETNOSTNI IZRAČUN PRETOKOV MOČI PO METODI KUMULANT

Verjetnostni izračun pretokov moči po metodi kumulant je preprosta in hitra, a ne tako točna metoda, ki nam prikaže, kolikšna je verjetnost, da bo v EES prišlo do posamezne vrednosti pretokov moči in napetostnih razmer. Do zdaj je bila metoda uporabljena tako, da je omogočala spreminjanje le injiciranih moči bremen in generatorjev, v članku pa je prikazana metoda razširjena, tako da je uporabna tudi pri spreminjanju generatorske napetosti in kazalca napetosti v bilančnem vozlišču ter upoštevanju regulacije hitrih regulabilnih naprav.

Sestavljena je iz štirih korakov. Prvi korak je izračun pretokov moči po Newton-Raphsonovi metodi. Naslednji korak je linearizacija okoli delovne točke, kjer so vrednosti spremenljivk enake srednjim vrednostim. Tretji korak je izračun kumulant, zadnji korak pa izris porazdelitvene funkcije s pomočjo Gram-Charlierjevega razvoja v vrsto. Vsi koraki so v nadaljevanju podrobneje razloženi.

### 2.1 Newton-Raphsonova metoda za izračun pretokov moči

Newton-Raphsonova metoda za izračun pretokov moči je metoda, ki temelji na sistemu enačb, ki opisujejo ravnotežje med proizvodnjo in odjemom delovne in jalove moči v vsakem vozlišču v EES razen v bilančnem vozlišču in generatorskem vozlišču za jalovo moč. Tako je EES opisan z (1) in (2).

$$P_{Line_i}(\underline{U}) + P_{G_i} + P_{Load_i} = P_i = 0 \quad (1)$$

$$q_{Line_i}(\underline{U}) + Q_{Load_i} = Q_i = 0 \quad (2)$$

Tukaj pomeni  $P_{Line_i}(\underline{U})$  delovno moč, ki priteče po vodu v i-to vozlišče v odvisnosti od napetosti,  $P_{G_i}$  delovno moč generatorjev v i-tem vozlišču,  $P_{Load_i}$  delovno moč bremen v i-tem vozlišču,  $P_i$  vsoto vseh delovnih moči v vozlišču i,  $q_{Line_i}(\underline{U})$  jalovo moč, ki priteče po vodu v i-to vozlišče v odvisnosti od napetosti,  $Q_{Load_i}$  jalovo moč bremen v i-tem vozlišču in  $Q_i$  vsoto vseh jalovih moči vozlišču i.

Enačbi (1) in (2) lahko krajše zapišemo s (3).

$$Z = g(X) \quad (3)$$

$Z$  pomeni delovne in jalove moči v vozliščih,  $X$  napetosti in  $g$  funkcijo odvisnosti moči od napetosti.

Ker je sistem enačb nelinearen, se za rešitev sistema enačb lahko uporabi Newton-Raphsonova metoda. Enačbe se razvijejo v Taylorjevo vrsto, naprej pa upoštevamo samo prve člene iz razvoja. Pri razvoju v Taylorjevo vrsto dobimo (4).

$$Z = Z_0 + \Delta Z = g(X_0 + \Delta X) = g(X_0) + G_0 \Delta X + \dots \quad (4)$$

Sistem enačb se lahko izrazi v matrični obliki in reši iterativno, kot je prikazano (5) – (8).

$$G_0 \cdot \Delta X = \Delta Z \quad (5)$$

$$G_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial U_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial U_i} \end{bmatrix}, \Delta X = \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta U_i \end{bmatrix}, \Delta Z = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Delta X^{(k)} = \left(G_0^{(k)}\right)^{-1} \cdot \Delta Z^{(k)} \quad (7)$$

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)} \quad (8)$$

$Z_0$  pomeni delovno in jalovo moč v točki linearizacije,  $X_0$  napetosti v delovni točki,  $G_0$  matriko odvodov delovnih in jalovih moči po kazalcu napetosti oz. Jacobojevo matriko,  $\Delta X$  spremembe napetosti v i-tem vozlišču,  $\Delta Z$  spremembe moči v i-tem vozlišču in  $k$  števec iteracij.

Iteracije se izvajajo, dokler  $\Delta X$  ni dovolj majhna. Konvergenca je zelo odvisna od izbranih začetnih približkov  $X(0)$  in je včasih vprašljiva, če začetni približki niso primeri. Več o tej metodi najdemo v [15] in [18].

### 2.2 Razširjena Newton-Raphsonova metoda za izračun pretokov moči

Pri spreminjanju napetosti v bilančnem in generatorskem vozlišču dodamo enačbi, ki opisujeta bilančno in generatorsko vozlišče.

$$U_{s,g} = U_{s,g,ref} \quad (9)$$

$$\delta_s = \delta_{s,ref} \quad (10)$$

Pri tem  $U_{s,g}$  pomeni amplitudo napetosti v bilančnem ali generatorskem vozlišču in  $U_{s,g,ref}$  referenčno vrednost amplitude napetosti v bilančnem ali generatorskem vozlišču,  $\delta_s$  fazni kot napetosti v bilančnem vozlišču in  $\delta_{s,ref}$  referenčno vrednost faznega kota napetosti v bilančnem vozlišču.

Če pa imamo v EES dodatno vključeno še regulabilno napravo, je treba za opis le-te upoštevati še eno izmed enačb, ki opisuje regulabilno napravo.

$$P_{sj} = P_{sj,ref} = \Re \left[ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_{sj}^* \right] \quad (11)$$

$$Q_{sj} = Q_{sj,ref} = \Im \left[ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_{sj}^* \right] \quad (12)$$

$$U_s = U_{s,ref} \quad (13)$$

$$I_{sj} = I_{sj,ref} \quad (14)$$

$$U_{se} = U_{se,ref} \quad (15)$$

Pri tem  $P_{sj}$  in  $P_{sj,ref}$  pomenita dejansko in referenčno vrednost pretoka delovne moči med vozliščema  $s$  in  $j$ ,  $Q_{sj}$  in  $Q_{sj,ref}$  pomenita dejansko in referenčno vrednost pretoka jalove moči med vozliščema  $s$  in  $j$ ,  $\underline{U}_s, U_s, U_{s,ref}$  kazalec, absolutno vrednost in referenčno vrednost napetosti v vozlišču  $s$ ,  $\underline{I}_{sj}^*, I_{sj}, I_{sj,ref}$  konjugirano vrednost toka, absolutno vrednost toka in referenčno vrednost toka, ki teče med vozliščema  $s$  in  $j$ ,  $U_{se,ref}, U_{se}$  pa referenčno in dejansko vrednost injicirane napetosti naprave SSSC.

Več o tem najdemo v [17], [18].

Pri razširjeni Newton-Raphsonovi metodi  $Z$  pomeni delovne in jalove moči ter napetosti in tokove,  $X$  napetosti in tokove ter  $g$  funkcijo odvisnosti moči od napetosti.

### 2.3 Linearizacija okoli delovne točke

V matematiki se linearizacija nanaša na ugotovitev linearnega približka funkcije v dani delovni točki. V študiji dinamičnih sistemov linearizacija omogoča ocenjevanje lokalne stabilnosti ravnovesne lege sistema nelinearnih diferencialnih enačb ali diskretnih dinamičnih sistemov. Za linearizacijo EES se uporablja Taylorjev razvoj v vrsto.

Pri razvoju (3) v Taylorjevo vrsto dobimo (16).

$$Z = Z_0 + \Delta Z = g(X_0 + \Delta X) = g(X_0) + G_0 \Delta X + \dots \quad (16)$$

Naprej pa zanemarimo vse višje rede vrste ter dobimo (17) in (18).

$$Z_0 = g(X_0) \quad (17)$$

$$\Delta Z = G_0 \cdot \Delta X \quad (18)$$

$$G_0 = \left. \frac{\partial Z}{\partial X} \right|_{X=X_0} \quad (19)$$

$G_0$  pomeni matriko odvodov delovnih in jalovih moči v vozliščih, napetosti in tokov po kazalcu napetosti in tokov oz. Jacobojevo matriko v delovni točki,  $\Delta X$  spremembe napetosti v  $i$ -tem vozlišču ter tokov in  $\Delta Z$  spremembe moči in napetosti v vozliščih ter tokov.

### 2.4 Metoda kumulant

Metoda kumulant spada med napredno statistiko. Kumulante se uporabljajo za opis oz. aproksimacijo funkcije gostote verjetnosti in porazdelitvene funkcije. V teoriji verjetnosti in statistiki so kumulante  $\kappa_n$  funkcije gostote verjetnosti alternativa opisu funkcije z momenti. Funkciji gostote verjetnosti, ki imata enake momente, imata enake tudi kumulante.

V nekaterih primerih so teoretični izračuni s kumulantami preprostejši od tistih, ki uporabljajo momente. Kumulanta  $\kappa_n$  slučajne spremenljivke  $x$  je opredeljena s funkcijo za izračun kumulant (20).

$$h(t) = \ln \left( E \left( e^{tx} \right) \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n \frac{t^n}{n!} \quad (20)$$

Pri tem  $h(t)$  pomeni funkcijo za izračun kumulant,  $E$  operator pričakovane vrednosti slučajne spremenljivke  $x$ ,  $t$  neodvisno spremenljivko,  $\kappa$  kumulanto in  $n$  red kumulante.  $N$ -ti odvod funkcije  $h(t)$ , kjer je  $t = 0$ , je kumulanta  $n$ -tega reda. Kumulanta prvega reda pomeni srednjo vrednost, kumulanta drugega reda varianco oz. kvadrat standardnega odklona, kumulanta tretjega reda koeficient simetrije in kumulanta četrtega reda koeficient sploščenosti. Kumulante višjih redov nimajo matematičnega pomena [14].

Za računanje s kumulantami veljajo ekvivalenca (21), invarianca (22), homogenost (23) in aditivnost (24).

$$\kappa_1(x+c) = \kappa_1(x) + c \quad (21)$$

$$\kappa_n(x+c) = \kappa_n(x) \quad (22)$$

$$\kappa_n(cx) = c^n \kappa_n(x) \quad (23)$$

$$\kappa_n(x+y) = \kappa_n(x) + \kappa_n(y) \quad (24)$$

Pri tem in  $n$  red kumulante,  $x$  in  $y$  slučajni spremenljivki in  $c$  konstanto [9], [12], [13].

### 2.5 Gram-Charlierjev razvoj v vrsto

Zadnji korak pri verjetnostnem izračunu pretokov moči je izris funkcije gostote verjetnosti vozliščnih napetosti in vejskih tokov iz izhodnih kumulant. Poznamo več vrst, s katerimi lahko iz kumulant izdelamo funkcije gostote verjetnosti izhodnih spremenljivk. To so Gauss-Hermitski, Edgeworth, Cornish-Fisherjev in Gram-Charlierjev razvoj v vrsto.

Za izris smo izbrali Gram-Charlierjev razvoj v vrsto, ker za razvoj v vrsto uporablja funkcijo gostote verjetnosti za normalno porazdelitev in ker omogoča izris funkcije gostote verjetnosti v primerih, ko imamo kumulante višjih redov. Za sam izris funkcije z Gram-

Charlijevim razvojem v vrsto moramo poznati vse kumulante funkcije. Če so le-te poznane, se izris funkcije gostote verjetnosti izvede s (25) in zbirne funkcije verjetnosti oz. porazdelitvene funkcije s (27).

$$f(x) = \varphi(x) - \frac{\kappa_3}{3!} \varphi^{(3)}(x) + \frac{\kappa_4}{4!} \varphi^{(4)}(x) - \frac{\kappa_5}{5!} \varphi^{(5)}(x) + \frac{\kappa_6 + 10\kappa_3^2}{6!} \varphi^{(6)}(x) + \dots \quad (25)$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (26)$$

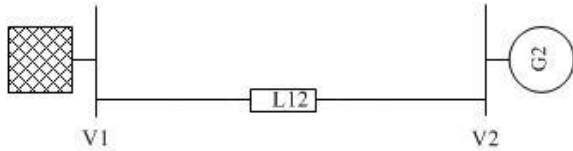
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (27)$$

Pri tem  $\sigma$  pomeni standardni odklon in  $\mu$  srednjo vrednost slučajne spremenljivke  $x$  [3], [5], [7].

### 3 PRIMER UPORABE VERJETNOSTNEGA IZRAČUNA PRETOKOV MOČI PO METODI KUMULANT

Predstavljeno metodo smo preizkusili na dveh testnih primerih, dve na zbiralčnem primeru in pet na zbiralčnem primeru ACHA. Izračune smo izvedli s programskim paketom Wolfram Mathematica. Dobljene rezultate smo primerjali z rezultati, dobljenimi z metodo Monte Carlo, in preverili ustreznost metode.

V prvem primeru smo analizirali rezultate, ko se spreminjata amplitudi napetosti na generatorskem in bilančnem vozlišču na dvozbiralčnem sistemu.



Slika 1: Model testnega omrežja

V omrežju je vozlišče V1 bilančno, napetost je  $1.0 \angle 0^\circ$  pu, vozlišče V2 je generatorsko, napetost je 1.0 pu. Standardni odklon amplitude napetosti v bilančnem in generatorskem vozlišču je 0.02 pu. Delovna moč, ki jo v vozlišču V2 injicira generator G2, je 0.20 pu in je konstantna. Bazna moč znaša 100 MVA. Podatki o vodih v pu enotah so  $X_{12} = 1$  pu.

V prvem koraku opišemo EES z vozliščnimi enačbami (28) - (31) in vejske pretoke moči z (32) - (35).

$$U_1 = U_{1,ref} \quad (28)$$

$$\delta_1 = \delta_{1,ref} \quad (29)$$

$$U_2 = U_{2,ref} \quad (30)$$

$$P_2 = U_2^2 \cdot G_{22} - U_2 \cdot U_1 \cdot (G_{21} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_1) + B_{21} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_1)) \quad (31)$$

$$P_{12} = U_1^2 \cdot G_{11} - U_1 \cdot U_2 \cdot (G_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2) + B_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2)) \quad (32)$$

$$Q_{12} = -U_1^2 \cdot B_{11} - U_1 \cdot U_2 \cdot (G_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) + B_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2)) \quad (33)$$

$$P_{21} = U_2^2 \cdot G_{22} - U_2 \cdot U_1 \cdot (G_{21} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_1) + B_{21} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_1)) \quad (34)$$

$$Q_{21} = -U_2^2 \cdot B_{22} - U_2 \cdot U_1 \cdot (G_{21} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_1) + B_{21} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_1)) \quad (35)$$

Pri tem  $P_i$  pomeni vozliščno delovno moč,  $P_{ij}$  vejsko delovno moč,  $Q_i$  vozliščno jalovo moč,  $Q_{ij}$  vejsko jalovo moč,  $U_i$  napetost v vozlišču,  $\delta_i$  kot napetosti v vozlišču,  $G_{ii}$  lastno konduktanco,  $G_{ij}$  medsebojno konduktanco,  $B_{ii}$  lastno susceptanco in  $B_{ij}$  medsebojno susceptanco.

$$\begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta \delta_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial U_1} & \frac{\partial U_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial U_1}{\partial U_2} & \frac{\partial U_1}{\partial \delta_2} \\ \frac{\partial \delta_1}{\partial U_1} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \delta_1}{\partial U_2} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \delta_2} \\ \frac{\partial U_2}{\partial U_1} & \frac{\partial U_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial U_2}{\partial U_2} & \frac{\partial U_2}{\partial \delta_2} \\ \frac{\partial P_2}{\partial U_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial U_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta \delta_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta \delta_2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Sledita linearizacija in zapis enačb (28) - (31) v matrični obliki (36) in izračun pretokov moči po (7) in (8) ter (32) - (35).

Po končanem izračunu pretokov moči sledi izračun kumulant. Izračunali bomo le prvo in drugo kumulanto vhodnih spremenljivk, ki so  $U_1$ ,  $\delta_1$ ,  $U_2$ ,  $P_2$ . Izhodno kumulanto  $n$ -tega reda izračunamo po (37).

$$\kappa_{n_{\text{vh}}} = G_0^{-n} \cdot \kappa_{n_{\text{vhod}}} \quad (37)$$

Prva kumulanta je srednja vrednost. Ker smo pri izračunu pretokov moči z Newton-Raphsonovo metodo naredili premik po (21), je vrednost prve kumulante za vse vhodne in izhodne spremenljivke enaka nič.

V naslednjem koraku smo izračunali vhodne kumulante drugega reda (38), ki so variance oz. kvadrati standardnega odklona.

$$\kappa_{2, \text{vhod}} = \begin{bmatrix} \kappa_{2, U_1} \\ \kappa_{2, \delta_1} \\ \kappa_{2, U_2} \\ \kappa_{2, P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{U_1}^2 \\ 0 \\ \sigma_{U_2}^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0004 \\ 0 \\ 0,0004 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Sledi izračun kumulant drugega reda izhodnih spremenljivk (39), ki so koti in amplitude vozliščne napetosti  $U_1$ ,  $\delta_1$ ,  $U_2$ ,  $\delta_2$ , po (37).

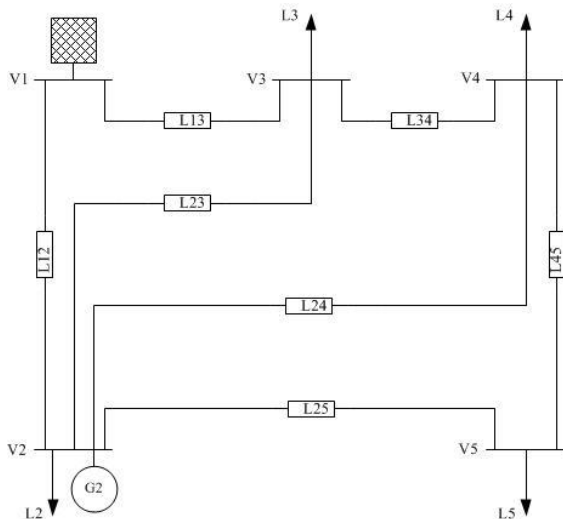
$$\kappa_{2,ish} = \begin{bmatrix} \kappa_{2,U_1} \\ \kappa_{2,\delta_1} \\ \kappa_{2,U_2} \\ \kappa_{2,\delta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{U_1}^2 \\ \sigma_{\delta_1}^2 \\ \sigma_{U_2}^2 \\ \sigma_{\delta_2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0004 \\ 0 \\ 0,0004 \\ 0,00003 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Za izračun kumulant vejskih pretokov moči je postopek enak (37). V tem primeru je matrika  $G_0^{-1}$  zmnožek matrike odvodov vejskih pretokov moči  $P_{ij}$  in  $Q_{ij}$  po vozliščnih napetostih in inverzne matrike odvodov vozliščnih enačb (28) - (31) po vozliščnih napetostih. Matrika vhodnih kumulant ostane nespremenjena (38), matrika izhodnih kumulant pa se nanaša na vejske pretoke moči (40).

$$\kappa_{2,ish} = \begin{bmatrix} \kappa_{2,P_{12}} \\ \kappa_{2,Q_{12}} \\ \kappa_{2,P_{21}} \\ \kappa_{2,Q_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0008 \\ 0 \\ 0,0008 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Rezultati, dobljeni s predstavljenno metodo, se ne razlikujejo od rezultatov, dobljenih z metodo Monte Carlo.

V naslednjem primeru smo analizirali rezultate, ko se spreminjata amplitudi napetosti na generatorskem in bilančnem vozlišču na petzbiralnem sistemu ACHA.



Slika 2: Model testnega omrežja

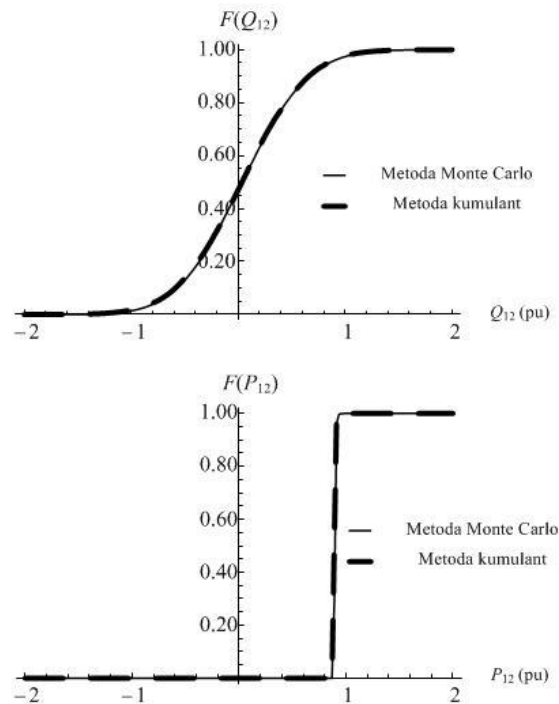
V omrežju je vozlišče V1 bilančno, napetost je  $1.03 \angle 0^\circ$  pu, vozlišče V2 je generatorsko, napetost je 1.01 pu, preostala vozlišča so bremenska. Standardni odklon amplitude napetosti v bilančnem in generatorskem vozlišču je 0.02 pu. Delovna moč, ki jo v vozlišče V2 injicira generator G2, je 0.40 pu, moč bremena L2 pa je  $0.20 + j 0.10$ . Moč bremena L3 je  $0.45 + j 0.15$ , bremena L4  $0.40 + j 0.05$  in bremena L5  $0.60 + j 0.10$ . Moči niso verjetnostno porazdeljene,

ampak so konstantne vrednosti. Bazna moč znaša 100 MVA. Podatki o vodih v pu enotah so naslednji:  $R_{12}=0.02, X_{12}=0.06, G_{12}=0, B_{12}=0.06, R_{13}=0.08, X_{13}=0.24, G_{13}=0, B_{13}=0.05, R_{23}=0.06, X_{23}=0.18, G_{23}=0, B_{23}=0.04, R_{24}=0.06, X_{24}=0.18, G_{24}=0, B_{24}=0.04, R_{25}=0.04, X_{25}=0.12, G_{25}=0, B_{25}=0.03, R_{34}=0.01, X_{34}=0.03, G_{34}=0, B_{34}=0.02, R_{45}=0.08, X_{45}=0.24, G_{45}=0, B_{45}=0.05$ .

Postopek izračuna je enak kot prej, najprej opišemo omrežje kakor za Newton-Raphsonovo metodo, sledita izračun pretokov moči in izračun kumulant.

Pri primerjavi rezultatov izračuna napetostnih razmer in pretokov moči za zgornji sistem, dobljenih z metodo kumulant in metodo Monte Carlo, smo ugotovili, da so si tudi v tem primeru rezultati med seboj zelo podobni.

Pri primerjavi srednjih vrednosti amplitud vozliščnih napetosti razlike nastanejo na četrtem decimalnem mestu. Odstopanje bi se odpravilo s povečanjem števila izračunov z metodo Monte Carlo. Standardni odkloni amplitud napetosti se ne razlikujejo. Enako velja tudi za standardne odklone kotov vozliščnih napetosti, če opazujemo vrednosti v radianih.

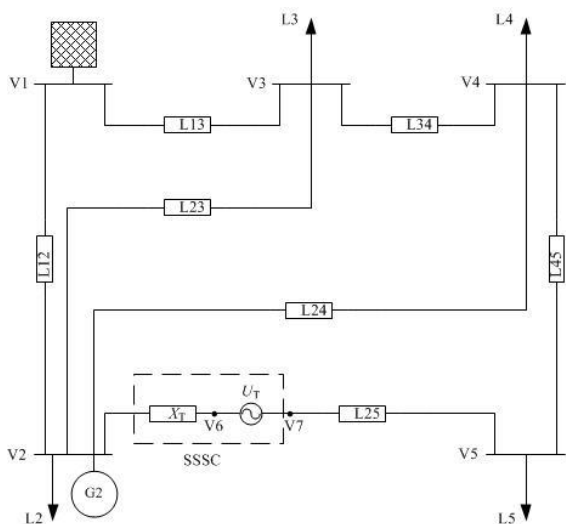


Slika 3: Porazdelitvena funkcija pretokov moči na vodu L12 na strani vozlišča V1

Pri primerjavi vejskih pretokov moči so rezultati obeh metod skoraj identični. Največje odstopanje nastane pri delovni in jalovi moči na vodu L12, na strani vozlišča V1, tako za srednjo vrednost kot tudi za standardni odklon, in je manjše od odstotka. Slika 3 prikazuje zbirno funkcijo verjetnosti oz. porazdelitveno funkcijo pretokov moči po vodu L12, kjer pa odstopanje med metodama ni opazno. Vzrok tega odstopanju je, da se

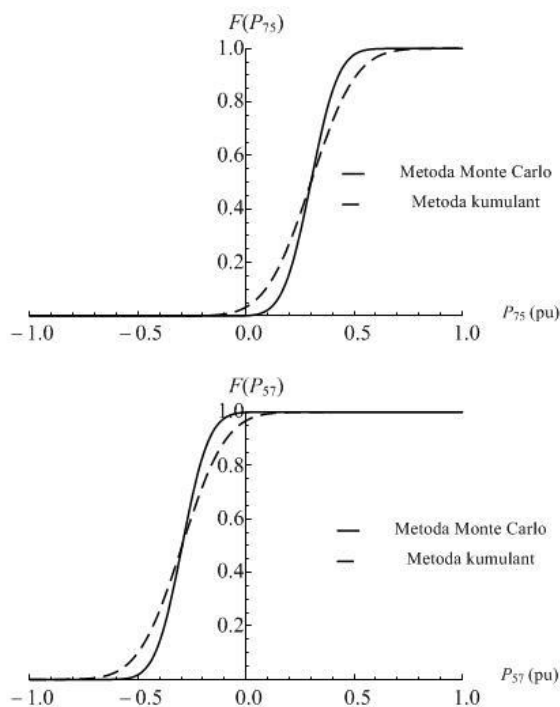
bilančno vozlišče ne nahaja električno daleč od preostalega sistema.

V zadnjem primeru, katerega omrežje je prikazano na sliki 4, smo spreminjali moč, ki teče po vodu, ki ga regulira SSSC po (11). Srednja vrednost moči, ki teče iz SSSC v vozlišče V7, je 0.3 pu in standardni odklon 0.1 pu. Moč smo regulirali z namenom, da ugotovimo primernost verjetnostnega izračuna pretokov moči v sistemu z nelinearnim elementom, kot je SSSC. Napetost v bilančnem vozlišču je konstantna, njena vrednost je  $1.03\angle 0^\circ$  pu, prav tako je konstanta tudi v generatorskem vozlišču in je 1.01 pu. Tudi moč generatorja in moč bremen je enaka kot v prejšnjem primeru. Podatki o vodih so enaki kot v prejšnjem primeru, vrednost nadomestne reaktance SSSC  $X_T$  pa je 0.2 pu. Postopek izračuna je enak kot v prejšnjih dveh primerih.



Slika 4: Model testnega omrežja s SSSC

Pri primerjavi rezultatov vozliščnih napetosti z vključenim SSSC smo ugotovili, da se v tem primeru rezultati nekoliko bolj razlikujejo, vendar razlike niso večje od pol odstotka, normirane na srednjo vrednost in upoštevanju kota v radianih. Pri primerjavi vejskih pretokov smo ugotovili, da največje odstopanje standardnega odklona nastane na vodu L25, ki je povezan s SSSC-jem. Rezultat obeh metod je prikazan na sliki 5. Na tem odseku je napaka vrednosti standardnega odklona za metodo kumulant okoli 7.6 %. Napake v srednjih vrednostih in standardnih odklonih na preostalih odsekih pa so manjše od odstotka.



Slika 5: Porazdelitvena funkcija pretokov moči na vodu L25 na strani vozlišča V7

#### 4 SKLEP

Iz analize rezultatov vozliščnih napetosti in vejskih pretokov moči vidimo, da so rezultati vozliščnih napetosti zelo podobni, kadar v sistem ni vključen SSSC. Majhno odstopanje lahko pripišemo linearizaciji modela okoli delovne točke in premajhnemu številu izračunov z metodo Monte Carlo. Na podlagi analize rezultatov vozliščnih napetosti in vejskih pretokov moči v sistemu z vključenim SSSC so ugotovili, da so odstopanja nekoliko večja, vendar le na odseku, kjer je vključen SSSC, na vseh drugih pa so razlike pod odstotkom. Pri tem pa velja opozoriti, da je predlagana metoda precej hitrejša od metode Monte Carlo, saj je čas simulacije s predlagano metodo v rangju nekaj sekund, metode Monte Carlo pa nekaj minut.

#### LITERATURA

- [1] J. M. T. Romano, R. R. de F Attux., C. C. Cavalcante in R. Suyama, Unsupervised signal processing: channel equalization and source separation, Taylor & Francis, 2011.
- [2] G. J. Anders, Probability concepts in electric power systems, J. Wiley & sons, 1990.
- [3] X. F. Wang, Y. Song in M. Irving, Modern Power System Analysis, Springer, 2008.
- [4] J. Voršič, V. Muzek, G. Škerbinek, Stochastic load flow analysis, Electrotechnical Conference, 1991, Vol. 2, pp. 1445–1448.
- [5] G. Bone, J. Bogovič in R. Mihalič, Izračun pretokov moči z upoštevanjem verjetnosti, 11. Konferenca Slovenskih Elektroenergetikov – Laško 2013, CIGRE ŠK C2-PT1.
- [6] P. Chen, Z. Chen in B. Bak-Jensen, Probabilistic Load Flow: A Review, Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, 2008, pp. 1586–1591.

- [7] F. Coroiu, I. Bucatariu in A. Baloi, Using the Gram-Charlier expansion in power systems reliability, *Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI)*, 2012, pp. 59–62.
- [8] D. Cai, J. Chen, D. Shi, X. Duan, H. Li in M. Yao, Enhancements to the Cumulant Method for probabilistic load flow studies, *Power and Energy Society General Meeting*, 2012, pp. 1–8.
- [9] T. Williams in C. Crawford, Probabilistic Load Flow Modeling Comparing Maximum Entropy and Gram-Charlier Probability Density Function Reconstructions, *IEEE Transactions on Power Systems* 2013, Vol. 28, pp. 272–280.
- [10] P. Zhang in S. T. Lee, Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2004, Vol. 19, pp. 676–682.
- [11] M. N. Berberan-Santos, Expressing a probability density function in terms of another PDF: A generalized Gram-Charlier expansion, *Journal of Mathematical Chemistry*, Vol. 42, No. 3, 2007.
- [12] G. Peccati, M.S. Taqqu, *Wiener Chaos: Moments, Cumulants and Diagrams*, Springer, Verlag Italia 2011.
- [13] L. Min, P. Zhang, A Probabilistic Load Flow with Consideration of Network Topology Uncertainties, *The 14th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems*, ISAP 2007.
- [14] M. de Kock, Gram-Charlier and Edgeworth expansions for non-gaussian correlations in femtoscopy, *University of Stellenbosch*, 2009.
- [15] F. Gubina, *Delovanje elektroenergetskega sistema*, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana, 2006.
- [16] G. Carpinelli, T. Esposito, P. Varilone in P. Verde, First-order probabilistic harmonic power flow, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 2001, Vol. 148, pp. 541–548.
- [17] A. Vinkovic, R. Mihalic, A current-based model of the static synchronous series compensator (SSSC) for Newton–Raphson power flow, *Electric Power Systems Research*, Vol. 78, pp. 1806–1813, 2008.
- [18] A. Vinkovič, R. Mihalič, Modificirana Newton-Raphsonova metoda za izračun pretokov moči v elektroenergetskem omrežju s statičnim serijskim kompenzatorjem (SSSC), 7. Konferenca Slovenskih Elektroenergetikov – Velenje 2005, CIGRE ŠK B4 – 7.
- [19] C. L. Su, A New Probabilistic Load Flow Method, *Power Engineering Society General Meeting*, 2005, Vol. 1, pp. 389 – 394.
- [20] M. N. Berberan-Santos, Expressing a probability density function in terms of another PDF: A generalized Gram-Charlier expansion, *Journal of Mathematical Chemistry* 2007, Vol. 42, pp. 585–594.

**Jerneja Bogovič** je diplomirala v letu 2011 na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Kot mlada raziskovalka je zaposlena v Laboratoriju za preskrbo z električno energijo. V okviru raziskovalnega dela je bila v letu 2012 na nekajmesečnem strokovnem gostovanju pri Siemensu AG v Nemčiji. Področje raziskovalnega dela vključuje predvsem analizo elektroenergetskih omrežij in sistemov ter naprave FACTS.

**Gorazd Bone** je diplomiral v letu 2011 na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Kot raziskovalec je zaposlen v Laboratoriju za preskrbo z električno energijo. Področje raziskovalnega dela vključuje predvsem analizo elektroenergetskih omrežij.

**Rafael Mihalič** je v letih 1986, 1989 in 1993 diplomiral, magistriral in doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Po diplomi se je zaposlil kot asistent na Katedri za elektroenergetske sisteme in naprave. V letih med 1988 in 1991 je bil zaposlen pri Siemensu AG v Erlangnu v Nemčiji, na inštitutu za razdeljevanje električne energije in načrtovanje omrežij. Po vrnitvi v domovino nadaljuje delo na Fakulteti za elektrotehniko; najprej kot asistent, od leta 2005 pa kot predavatelj.

V okviru svojega raziskovalnega dela je bil na nekajmesečnih strokovnih izpopolnjevanjih oz. gostovanjih pri Siemensu AG v Erlangnu, na ETH Zürich v Švici, na University of Durham v Veliki Britaniji in na Tehničnem izobraževalnem inštitutu Fakultete za inženirstvo v Grčiji.

Je član CIGRE, član IEEE in predsednik ŠK B4 SLOKO CIGRE. Področje delovanja vključuje predvsem analizo in načrtovanje elektroenergetskih omrežij in sistemov, naprave FACTS ter koordinacijo zaščite v industrijskih omrežjih.