

# Analiza oscilatorne stabilnosti elektroenergetskih sistemov z metodo Prony

Uroš Kerin<sup>1</sup>, Grega Bizjak<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani  
E-pošta: uros.kerin@fe.uni-lj.si

**Povzetek.** Problem oscilatorne stabilnosti elektroenergetskih sistemov narekuje uporabo metod, ki poleg ugotavljanja prisotnosti nizkofrekvenčnih nihanj omogočajo tudi identifikacijo vplivnih parametrov in njihovo optimizacijo. Tovrstna je tudi metoda Prony, ki parametrično določen linearni model prilagodi signalu odziva sistema na vzbujanje. Model sestavljajo poli in residuumi, na podlagi katerih signal razstavimo na modalne komponente. Vsaka modalna komponenta poda en nihajni način sistema.

V tem delu metodo Prony uporabimo v študiji nihajnih načinov velikega elektroenergetskega sistema. Članek sistematsko poda metodologijo uporabe metode in ključne postavke za pravilno interpretacijo rezultatov. Še več, rezultate metode primerjamo tudi z rezultati klasične analize nihajnih lastnosti na podlagi lastnih vrednosti sistema.

**Ključne besede:** dinamika sistemov, oscilatorna stabilnost, metoda Prony

## Power system small-signal stability analysis using the Prony method

**Extended abstract.** Although modern power systems are operated in an optimal manner, some past events show that complexity of the system operation is still unforeseen and challenging. Power systems are expanding and new interconnections between remote system areas or neighbouring systems are established. Power transfers are redistributed and redirected, and the system characteristics change. In such an environment, solving security issues of the power systems is of great importance.

System security is widely recognized as the prime issue in the power system operation. Studies show that as a power system expands, increased power transfers through its weak ties excite low-frequency oscillations and the system may encounter small-signal stability problems. Small-signal stability is concerned with the ability of a power system to maintain synchronism under small disturbances. The technique widely accepted for dealing with the problem is the Prony analysis.

The Prony analysis is a technique known from the signal processing theory. It is used for post-processing of simulation results or real-time recordings. It fits a linear parametric model to a measured signal and directly estimates the frequency, damping, strength and relative phase of the modal components present in the signal.

In this work, the Prony method is applied in a study of small-signal characteristics of a large power system. The main 500 kV and 230 kV network of the system is illustrated in Figure 3. In the study, the system is divided into two synchronous areas. The areas swing modes are investigated with respect to the centre of angles (COA). The COA referring to an area is defined by using equations (4)-(6).

By analyzing the COA trajectories, the dominant oscillation modes are determined. The modes are summarized in Tables I and II. In order of reference, Table III gives the extracted system modes using the conventional eigen-analysis.

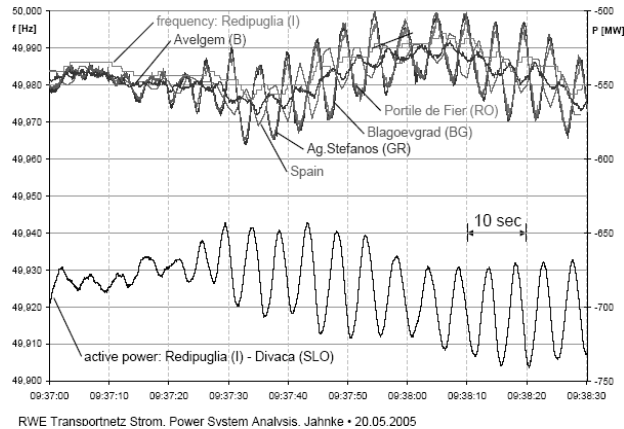
**Keywords:** small-signal stability, system dynamic, Prony method

### 1 Uvod

Raziskave obratovalnih lastnosti elektroenergetskih sistemov (EES) so pokazale, da prenosi velikih moči prek povezav nezadostnih prenosnih zmogljivosti pripomorejo k elektromehanskim nihanjem nizkih frekvenc. Takšna nihanja so posledica odziva generatorjev na spremembe v omrežju in lahko vodijo v nesinhrono obratovanje.

Izrazit problem so nihanja generatorjev, ki vplivajo na pretoke moči v globalnem merilu. Globalna nihanja pogosto sledijo povezovanju manjših sistemov v interkonekcije. Nove povezave spremenijo smeri pretokov moči in pripomorejo k vzbujanju nihajnih načinov med generatorji oziroma generatorskimi skupinami iz različnih delov razširjenega omrežja. Globalni nihajni načini so v frekvenčnem območju od 0.1-1 Hz in so nepredvidljivi. Pogosto je njihov vzrok neznan, zaradi obsežnosti pojava pa jih je nemogoče lokalno nadzorovati in odpraviti. V evropskem sistemu UCTE so v letu 2005 odkrili več globalnih načinov. Spontani nastanek oscilacij prikazuje slika 1. Diagrami so bili posneti s sistemom WAMS, ki združuje več časovno sinhroniziranih merilnih mest v Evropi in Sredozemlju. Posnetek prikazuje nihanje frekvence na mestih po Evropi in izmenjavo moči intekonekcije Italija-Slovenija. Vzrok vzbujanja in zadržitve oscilacij ni znan, jasno pa je, da bi lahko v drugačnih okoliščinah

(konfiguraciji omrežja, pretokih moči ipd) povzročila aktiviranje zaščitnih sistemov.



Slika 1: Nizkofrekvenčno nihanje v UCTE.

Figure 1: Low-frequency oscillation at UCTE nodes.

Nihajne načine oscilacij določajo struktura in lastnosti EES. Ugotavljamo jih z analizo lastnih vrednosti pripadajočega matematičnega modela sistema. Lastne vrednosti interpretiramo glede na tip in položaj v kompleksni ravnini. Realne lastne vrednosti opisujejo neoscilatorne nihajne načine, konjugirani kompleksni pari pa oscilatorne.

Običajno orodje za identifikacijo lastnih vrednosti je modalna analiza. To je metoda, ki temelji na analizi Jacobijevе matrike modela sistema, lineariziranega okoli izbrane delovne točke. Metodologija uporabe je na voljo v [1], zahteva pa poznavanje konceptov lastnih vektorjev, participacijskih faktorjev in residuumov.

Nihajne načine EES je mogoče ugotoviti tudi drugače. Iz teorije spektralne analize signalov izvirajo metode, s katerimi jih lahko določimo na podlagi analize časovnega odziva sistema na motnjo (ali drugo obliko vzbujanja). Tovrstna metoda je tudi metoda Prony. Z metodo signalu nelinearnega odziva sistema priredimo linearni model in na podlagi stopnje modela ugotovimo nihajne lastnosti sistema. Vsaka komponenta modela Prony ustreza enemu nihajnemu načinu izraženem v odzivnem signalu. V članku podamo matematično definicijo metode, metodologijo uporabe na primeru velikega EES in izpostavimo ključne lastnosti.

## 2 Metoda Prony

Metodo Prony je leta 1795 razvil *Gaspard de Prony* in spada v sklop tako imenovanih parametričnih metod za spektralno analizo signalov. Parametrične metode na podlagi odziva (izmerjenega ali simuliranega) vzbujenega nelinearnega sistema določijo linearni model z lastnostmi originalnega sistema. Princip konstrukcije modela temelji na empiričnem prilagajanju funkcije (1) funkciji dejanskega odziva z izbiro parametrov  $n$  sestavnih komponent.

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^n R_k \cdot e^{\lambda_k t} \quad (1)$$

Parametri opisujejo nihajne lastnosti sistema v  $i$ -tem stanju. Parameter  $R_k$  je kompleksen in določen z začetnimi pogoji,  $\lambda_k$  je pripadajoča lastna vrednost. Točnost modela zagotovimo z minimizacijo odstopanja med originalno in modelirano funkcijo oziroma z zadostitvijo pogoju (2).

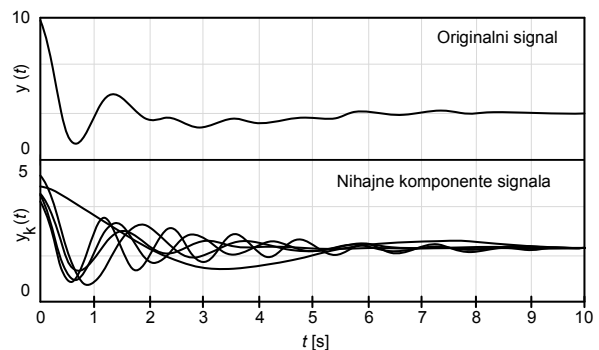
$$\min f = \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{k=1}^n \left[ R_k \cdot e^{\lambda_k t_i} \right] - y_i \right]^2 \quad (2)$$

Pri tem je  $n$  število ocenjenih nihajnih načinov in  $N$  število vzorcev časovnega odziva  $y_i$  vzbujenega sistema.

Po lastnostih je Prony analiza podobna Fourierjevi analizi. Pri slednji z uporabo hitre Fourierjeve transformacije (ang. *Fast Fourier Transform* - FFT) poljuben signal razčlenimo na konsistentne frekvenčne komponente, ki aproksimirajo fazni premik, amplitudo in frekvenco sestavnih komponent originalnega signala. Metoda Prony signal modelira še bolje, saj ga pretvori v spekter dušenih sinusoid ter poleg frekvence, amplitude in faznega premika ugotovi tudi dušenje posameznih komponent signala. Primer prikazuje slika 2, kjer je  $y(t)$  originalni signal in  $y_k(t)$  komponente signala. Prony model podaja enačba 3; parameter  $B_i$  določa amplitudo,  $\sigma_i$  določa dušenje,  $\omega_i$  kotno hitrost in  $\varphi_i$  fazni premik  $i$ -te komponente.

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{i=1}^q 2B_i e^{-\sigma_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_i) = \\ &= \sum_{i=1}^q A_i \cdot e^{(-\sigma_i \pm j\omega_i)t} \end{aligned} \quad (3)$$

Teorija in matematična utemeljitev metode Prony je podana v [2]. Primerjava še z nekaterimi drugimi parametričnimi metodami pa v [3].



Slika 2: Nihajne komponente ( $y_k$ ) signala  $y(t)$ .

Figure 2: Prony components ( $y_k$ ) of the signal  $y(t)$ .

## 2.1 Uporaba metode

Aplikacija metode je večstopenjska. Vključuje regresivno prilagajanje modela originalnemu signalu, iskanje korenov opisnih polinomov in določitev koeficientov kompleksnih eksponentnih parametrov, filtriranje korenov glede na dominantnost, optimizacijo z metodo minimalnih kvadratov odstopanj in konstrukcijo končnega modela.

Kot pri vseh tovrstnih metodah je ustreznost modela Prony odvisna od kakovosti podatkov originalnega signala. Zato je smiselno pred modeliranjem odstraniti šume in tendence, zaradi katerih lahko model signala napačno določimo. Še posebno je to pomembno pri modeliranju oz. analizi izmerjenih signalov. Drugi pomembni element metode je izbira reda modela. Z redom modela določimo število residuumov pripadajoče karakteristične enačbe modela. Red je navadno neznan in ga določimo iterativno. Pri tem upoštevamo dve merili: amplitudo residuumov in minimalno odstopanje od originalnega signala. Nenapisano pravilo pravi, da postopek začnemo z redom modela, ki je enak tretjini razpoložljivih vzorcev originalnega signala, in ga nadaljujemo v odvisnosti izpolnjevanja kriterijev. Če model ni ustrezen, red povečamo, če je, red zmanjšamo do stopnje, ko model še ustreza. S tem preprečimo predimenzioniranost modela in skrajšamo čas računanja.

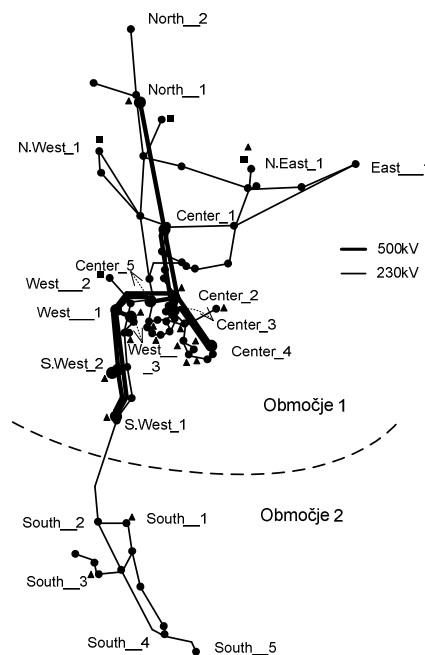
## 2.2 Računski primer

Za ponazoritev uporabnosti metode izvedemo analizo nihajnih načinov modela velikega EES. Osnovne značilnosti modela so: 500, 230, 115 kV in nižji napetostni nivoji, 259 transformatorjev, 119 generatorjev in 515 daljnovodnih povezav. Osnovna topologija 500- in 230 kV omrežja je narisana na sliki 3.

V analizi se osredotočimo na iskanje globalnih nihanj med dvema generatorskima skupinama; prvo skupino sestavlja 110 generatorjev iz območja 1, drugo skupino sestavlja 9 generatorjev iz območja 2. Skupini definiramo z vpeljavo centra vztrajnostnih mas oziroma centra rotorskih kotov generatorjev (*ang.* Centre of Angles - COA). Center rotorskih kotov generatorjev poljubnega omrežja določa  $\delta_{COA}$  v enačbi (4), kjer je  $\delta_i$  rotorski kot in  $H_i$  vztrajnostna konstanta  $i$ -tega generatorja. Vsota vztrajnostnih mas  $H_T$  je določena z izrazom (5).

$$\delta_{COA} = \frac{1}{H_T} \sum_{i=1}^n H_i \cdot \delta_i \quad (4)$$

$$H_T = \sum_{i=1}^n H_i \quad (5)$$

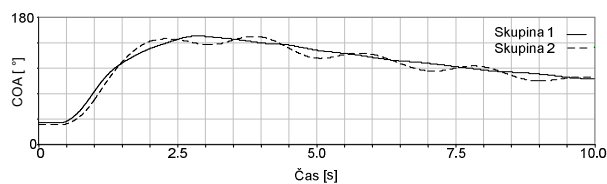


Slika 3: Topologija 500 kV in 230 kV modela omrežja.  
Figure 3: Topology of the 500 kV and 230 kV network model.

V sklopu analize definiramo dva centra COA. S tem namenom enačbo (4) prilagodimo v obliko, ki jo podaja enačba (6), kjer je  $i$  število generatorjev v  $j$ -tem območju omrežja.

$$\delta_{COA}^{območje\ j} = \frac{1}{H_T^{območje\ j}} \sum_{i=1}^n H_i^{območje\ j} \cdot \delta_i^{območje\ j} \quad (6)$$

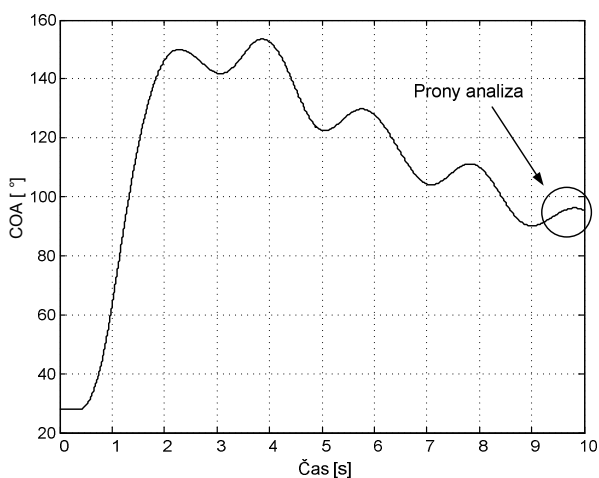
Dinamičen odziv modela spodbudimo z motnjo normalnega obratovalnega stanja. Motnja je tripolni kratki stik dolžine 100 ms na vozlišču West 1 v območju 1. Simuliramo jo s simulacijskim orodjem PSS<sup>TM</sup>NETOMAC [4]. Odziv generatorskih skupin je podan na sliki 4. Pričakovano, zaradi majhnega števila generatorjev in njihovih dinamičnih lastnosti, druga generatorska skupina niha proti prvi; pri tem prva generatorska skupina zaradi veliko večje vztrajnosti rotirajočih mas določa trend gibanja celotnega sistema. Diagram je v koordinatah COA, kjer je ključna medsebojna oddaljenost trajektorij generatorskih skupin in ne oddaljenost od ordinatne osi.



Slika 4: Odziv generatorskih skupin na motnjo.  
Figure 4: Dynamic behaviour of the generator groups after system disturbance.

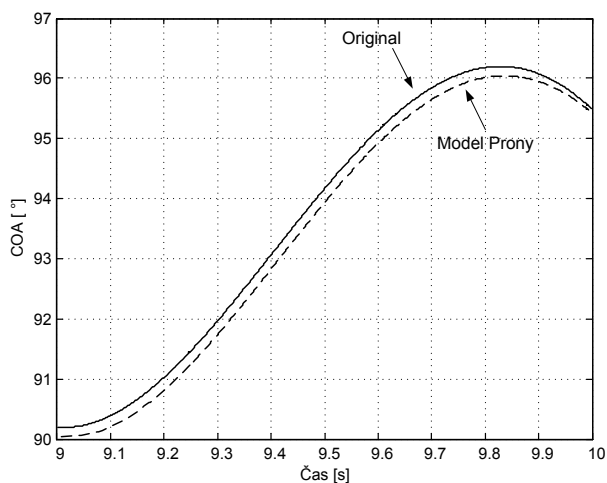
Nihajne lastnosti območij sistema ugotovimo z analizo signala prehodnega pojava. Vsak signal poda nihajne lastnosti dela omrežja, ki ustreza definiciji posamezne generatorske skupine. Postopek analize je za oba enak, zato navajamo le podrobno analizo odziva generatorjev skupine 2.

Nihajne lastnosti najlažje ugotovimo z analizo dela signala z minimalno vsebnostjo visokofrekvenčnih komponent in popačenj. Na sliki 5 tema pogojevma ustreza označeni del signala tik pred koncem časovne osi. Izbrani del signala izrežemo in ga pred analizo obdelamo. Prav tako bi lahko izbrali katerikoli drug del signala.



Slika 5: Odziv generatorske skupine 2 na tripolni kratki stik. Figure 5: Dynamic behavior of the generator group 2 following a three-phase fault at the 500 kV node West 1.

Izrezani del signala je prikazan na sliki 6. Delu zmanjšamo število vzorcev in poskušamo odstraniti čim večje število konstantnih komponent.



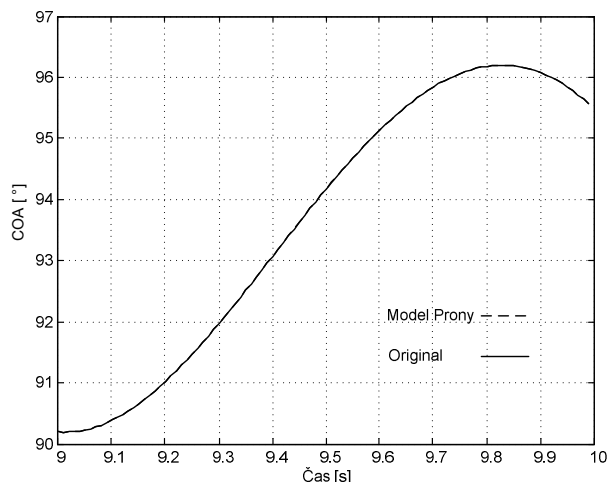
Slika 6: Prony analiza odziva generatorske skupine 2. Figure 6: Prony model of the generator group 2 response signal.

Po predpripravi signal aproksimiramo z linearnim modelom oziroma Prony modelom. Minimalni red modela je odvisen od uporabljene kriterijske funkcije. Bolj ko je kriterijska funkcija ostra, višji red je potreben za zagotovitev ustrezne točnosti modela. Iskanje ustreznega modela je iterativni postopek, kjer linearni model postopoma prilagajamo originalnemu signalu.

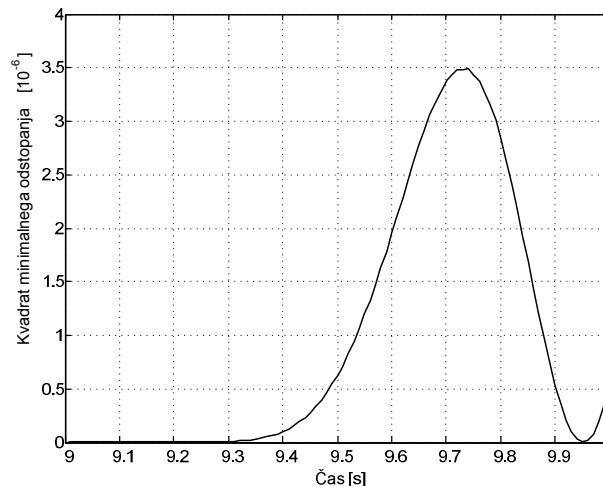
V obravnavanem primeru izbrani kriterijski funkciji (7) zadostimo z linearnim modelom 18. reda. To pomeni, da je originalni signal ustrezno modeliran z modelom (3) z 18 komponentami. Vsaka komponenta poda en nihajni način, skrit v signalu. Osredinimo se le na načine, ki so po amplitudi  $A$  dominantni.

$$\min f < 10^{-5} \quad (7)$$

Prony model izseka signala je podan na sliki 7. Odstopanje med modelom Prony in originalnim signalom je ponazorjeno na sliki 8; sliki kažeta dobro prileganje modela dejanskemu signalu.



Slika 7: Prileganje modela Prony originalnemu signalu. Figure 7: Prony approximation of the original signal.



Slika 8: Odstopanje Prony modela reda 18 od originala. Figure 8: Squared error for the Prony model of order 18.

Podobno kot za drugo generatorsko skupino analiziramo tudi signal prehodnega pojava prve generatorske skupine. Dominantni nihajni načini skupin so podani v tabelah I in II.

TABELA I  
DOMINANTNI NHAJNI NAČINI GENERATORSKE SKUPINE 1

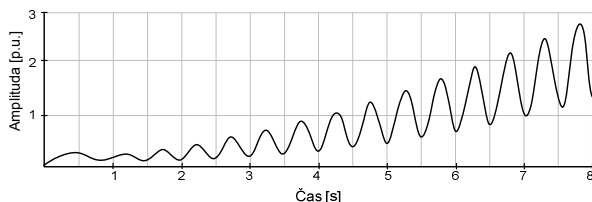
Način	Amplituda [°]	Frekvenca [Hz]	Dušenje [%]
1	92.0	0.009	0.018
2	0.18	0.69	-0.016
3	0.16	0.49	-0.032
4	0.06	0.88	-0.1

TABELA II  
DOMINANTNI NHAJNI NAČINI GENERATORSKE SKUPINE 2

Način	Amplituda [°]	Frekvenca [Hz]	Dušenje [%]
1	210.0	0.00	-0.07
2	6.70	0.50	-0.04
3	0.49	0.81	-0.12
4	0.06	1.10	-1.1

Tabeli podajata več načinov nizkofrekvenčnih oscilacij v sistemu. Poleg dominantnih nihanj, ki večinoma opisujejo globalna nihanja med območjema, so v obeh skupinah prisotna tudi lokalna nihanja, kjer generatorji znotraj skupine nihajo napram drug drugemu v frekvenčnem spektru nad 1 Hz.

Vsi nihajni načini so stabilni in dušeni. Izjema je le prvi nihajni način generatorske skupine 1. Skladno s teorijo interpretacije komponent Pronyvega modela je ta nihajni način nestabilen. To določa pozitiven predznak amplitude dušenja. Pozitivno dušenje pomeni, da sčasoma nizkofrekvenčno nihanje majhne amplitude preraste v nihanje z naraščajočo amplitudo, ki raste čez vse meje. Primer nestabilnega nizkofrekvenčnega nihajnega načina je podan na sliki 9.

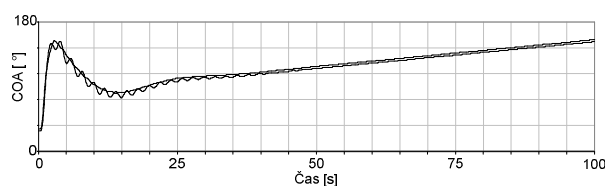


Slika 9: Primer nestabilnega nihajnega načina; sčasoma nihanje preraste vse meje.  
Figure 9: Example of an unstable oscillation mode swinging; in respect to time, swinging progresses beyond limits.

V obravnavanem primeru pa nihajni način ni te vrste. Z referenco na sliko 10 je ugotovljene parametre načina mogoče razložiti kot Prony interpretacijo drsenja faznega sistema omrežja. Fazni sistem določa relativni položaj kazalcev omrežnih veličin, na primer napetosti in tokov, in ga rišemo v kazalčni diagram. V

obravnavanem primeru se fazni sistem pod vplivom motnje začne gibati in povzroči sinhrono drsenje kazalcev spremenljivk stanj omrežja v določeni smeri. Smer gibanja je odvisna od motnje in karakteristik omrežja, pri drsenju pa se relativni položaj kazalcev ohrani.

Trajektorija gibanja sistema je nazorno vidna na sliki 10. Trend gibanja določajo generatorji skupine 1, ki mu zaradi zadostnega sinhronizacijskega momenta med območjema sledi skupina 2. Nihanje med skupinama je dušeno in izzveni, sistem pa kljub drsenju faznega sistema ohrani stabilnost pri prehodu v novo obratovalno točko.



Slika 10: Drsenje kazalčnega sistema omrežja; sistem ohrani stabilnost.

Figure 10: Drifting of the network phasor system; the system remains stable.

### 2.3 Primerjava rezultatov

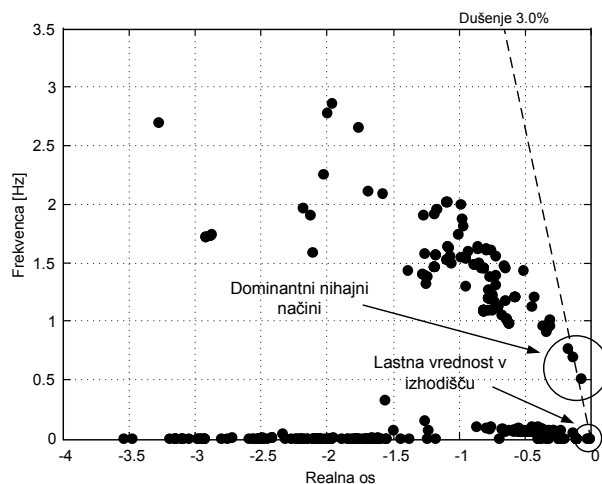
Rezultate metode Prony smo preverili s primerjalno študijo, v kateri smo nihajne načine ugotavljali z analizo lastnih vrednosti sistema (modalno analizo). Lastne vrednosti smo izračunali s QR-algoritmom. Ugotovili smo 770 lastnih nihajnih načinov sistema. Njihov položaj v kompleksni ravnini prikazuje slika 11.

Primerjava z obema metodama ugotovljenih nihajnih načinov potrdi ustreznost rezultatov. Lastne vrednosti modalne analize, prav tako kot komponente modela Prony, kažejo na dominantnost globalnih nihanj v sistemu, v frekvenčnem spektru od 0.5 do 0.8 Hz. Še več, položaj lastne vrednosti v koordinatnem izhodišču kompleksne ravnine razkrije gibljev sistem faznih kazalcev omrežja, kar ustreza že navedenim ugotovitvam.

Razlike pa so v jakosti dušenja načinov. Metoda lastnih vrednosti namreč poda večje dušenje kot model Prony (tabela III). Tovrstna odstopanja med metodama so znana in so že bila predmet razprav v strokovni literaturi. So zaradi konceptualnih razlik v metodologiji metod.

Metoda Prony obravnava sistem vključno z nelinearnimi lastnostmi omrežja. Omogoča analizo vpliva nelinearnosti na nihajne načine in oscilatorno stabilnost, vendar je omejena z naborom informacij, skritih v posameznem signalu odziva omrežja. Nasprotno temelji analiza lastnih vrednosti na linearizaciji opisnih enačb in ne upošteva nelinearnosti sistema; omogoča pa identifikacijo vzrokov nihajnih načinov, določitev lastnih vektorjev in participacijskih

dejavnikov. Zato se za optimalno analizo v sklopu razprave, ki sledi [5], priporoča kombinirana uporaba obeh metod.



Slika 11: Vsi nizkofrekvenčni nihajni načini sistema izračunani s QR-algortmom.

Figure 11: Oscillation modes of the system extracted by using the QR-algorithm.

TABELA III  
DOMINANTNE LASTNE VREDNOSTI

Način	Lastna vrednost	Frekvenca [Hz]	Dušenje [%]
1	-0.072 +j 3.34	0.53	-2.1
2	-0.129 +j 4.39	0.69	-2.9
3	-0.172 +j 4.87	0.77	-3.5

### 3 Sklep

V tem delu je predstavljena analiza nizkofrekvenčnih nihanj v elektroenergetskih sistemih z uporabo metode Prony. Z metodo smo uspešno ugotovili dominantne nihajne načine velikega elektroenergetskega omrežja. Nihajne načine smo interpretirali na podlagi teoretičnih postavk oscilatorne stabilnosti sistemov, interpretacijo rezultatov pa preverili z analizo lastnih vrednosti sistema.

S primerjavo rezultatov ugotovimo, da je metoda Prony ustrežna alternativa za analizo nihajnih lastnosti EES in učinkovito orodje za ugotavljanje oscilatorne stabilnosti.

### 4 Zahvala

Delo je sofinancirala Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije v okviru raziskovalnega programa P2-0356 "Elektroenergetski sistemi".

## 5 Literatura

- [1] Prabha Kundur, Power System Stability and Control, Mc. Graw-Hill, Inc., ISBN 0-07-035958-X, 1994
- [2] M.A. Johnson, I.P. Zarafonitis, M. Calligaris, "Prony Analysis and Power System Stability Some Recent Theoretical and Applications Research", *In Proc. PES Summer Meeting 2000*, Vol. 3, pp 1918-1923
- [3] J. J. Sanchez-Gasca and J. H. Chow, "Performance Comparison of Three Identification Methods for the Analysis of Electromechanical Oscillations", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, August 1999
- [4] PSS<sup>TM</sup>NETOMAC, Power System Simulator, [www.pss-netomac.de](http://www.pss-netomac.de)
- [6] D.N. Kosterev, C.W. Taylor, W.A. Mittelstadt, "Model Validation for the August 10, 1996 WSCC System Outage", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, August 1999

**Uroš Kerin** je diplomiral na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani (2004). Istega leta je kot mladi raziskovalec začel podiplomski študij na Katedri za elektroenergetske sisteme in naprave. Njegovo raziskovalno delo obsega dinamične analize velikih energetskih sistemov. Trenutno področje njegovega dela je sigurnost in stabilnost obratovanja elektroenergetskih sistemov.

**Grega Bizjak** je diplomiral, magistriral in doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani. Po diplomi je bil na specializaciji v podjetju Siemens AG v Erlangnu v Nemčiji. Trenutno je zaposlen kot docent na Katedri za elektroenergetske sisteme in naprave Fakultete za elektrotehniko.

Njegovo raziskovalno področje zajema modeliranje elementov elektroenergetskega sistema za potrebe digitalne simulacije s poudarkom na stikalnih aparatih in simulacije prehodnih pojavov v industrijskih omrežjih.