

# Detekcija in analiza dodatnih harmonskih komponent samodržnega vrtilnega momenta sinhronskega motorja s trajnimi magneti

Lovrenc Gašparin<sup>1</sup>, Rastko Fišer<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ISKRA Avtoelektrika, d.d., Polje 15, 5290 Šempeter pri Gorici, lovrenc.gasparin@iskra-ae.com

<sup>2</sup> Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, 1000 Ljubljana, rastof@fe.uni-lj.si

**Povzetek.** V članku je predstavljena problematika nastanka dodatnih harmonskih komponent v samodržnem vrtilnem momentu sinhronskega motorja s trajnimi magneti (SMTM). Dodatne harmonske komponente v nekaterih primerih zmanjšujejo učinkovitost poznanih konstrukcijskih metod za znižanje samodržnega vrtilnega momenta. Vzroki za nastanek dodatnih harmonskih komponent samodržnega vrtilnega momenta so predvsem proizvodne netočnosti izdelave in tolerance posameznih gradnikov SMTM. Razviti in predstavljeni so parametrični simulacijski modeli na podlagi metode končnih elementov, s katerimi smo raziskali vplive netočnosti izdelave in toleranc na nastanek dodatnih harmonskih komponent samodržnega vrtilnega momenta na različnih konfiguracijah SMTM iz velikoserijske proizvodnje. Na podlagi teoretičnih raziskav in laboratorijskih meritev so definirane matematične relacije za določitev občutljivosti posameznih konstrukcij SMTM na nastanek dodatnih harmonskih komponent, kot tudi izrazi za izračun reda le-teh. To načrtovalcem električnih strojev olajša izbiro primerne topologije SMTM, predvsem pa izsledki raziskave omogočajo zanesljivo ločevanje dobrih motorjev od slabih s preprostimi geometrijskimi meritvami še pred dokončno izdelavo, kar je zelo pomembno pri optimiziranju kakovosti in stroškov velikoserijske proizvodnje.

**Ključne besede:** samodržni vrtilni moment, dodatne harmonske komponente samodržnega vrtilnega momenta, sinhronski motor s trajnimi magneti, gradnja električnih strojev, analiza magnetnega polja

## Detection and analysis of additional cogging torque harmonic components in permanent-magnet synchronous motors

**Extended abstract.** Several high performance applications like power steering and robotics require motor drives that produce smooth torque with very low components of the cogging torque. Though there is a variety of techniques known to reduce the cogging torque in permanent-magnet synchronous motors, when requirements are very stringent, minimization of cogging torque becomes a challenging task.

The paper presents solutions for reducing the cogging torque. Theoretically, it is possible to minimize or eliminate the cogging torque when proper methods are employed. The FFT analyses of the cogging torque in mass-produced motors have shown additional harmonic components which are in correlation with assembly tolerances and/or permanent-magnet imperfections. A finite-element method (FEM) was used to study sensitivity of different motor models in terms of manufacturing tolerances and to determine rules for detecting imperfections in mass-production.

Chapter 2 describes fundamentals about the cogging torque by introducing natural cogging torque components (NHK). The number of cogging cycles per slot pitch, denoted as  $F$ , is also defined. Generally, motor designs with a higher  $F$  value are preferred as the cogging torque results in a lower peak value and higher frequency. Nevertheless, such motors are more sensitive to the phenomenon of additional harmonic cogging torque components (DHK) than the ones with lower values of parameter  $F$ , which is an important fact for manufacturers of permanent-magnet motors.

Chapter 3 presents in details the developed theory about additional cogging torque components effected by production tolerances and manufacturing imperfections resulting in stator

and rotor anomalies, which are typical for mass-production.

In chapters 4 and 5 some simulation and experimental results of a 27-slot 6-pole motor are discussed. They illustrate theoretical thesis given in previous chapters proving introduced expressions (1)–(15). Geometrically measured irregularities of mass-produced motors are applied to create a realistic FEM model thus enabling an adequate comparison between the simulated and experimental results.

On a base of numerous FEM simulations and FFT analyses along with experimental results, it follows that manufacturing assembly tolerances and material imperfections cause the phenomenon of additional cogging torque harmonic components in accordance with the presented expressions. Considering introduced theory motor designers are able to predict the entire cogging torque harmonic spectrum, thus predetermine required manufacturing tolerances to minimize cogging torque and fulfil the market demands.

**Keywords:** permanent-magnet synchronous motor, cogging torque, manufacturing issues, finite-element method, magnetic field analysis

## 1 Uvod

Sinhronske motorje s trajnimi magneti (SMTM) čedalje pogosteje uporabljamo v najzahtevnejših pogonih. Tako jih srečujemo v industrijskih pogonih, v zadnjem času pa vedno več tudi v avtomobilskih aplikacijah za pogone hibridnih vozil, v električnih servovolanskih sistemih, v električnih zavornih sistemih itd. Odlikujejo jih preprosta konstrukcija, brezkontaktno delovanje,

dobre dinamične lastnosti, velika specifična moč in visok izkoristek v primerjavi z drugimi električnimi stroji.

Za takšno konstrukcijo električnih motorjev je značilno nihanje vrtilnega momenta okrog srednje vrednosti, kar povzroča nemiren tek SMTM ter povečuje hrup in vibracije. Poglavitni vzrok za nihanje trenutne vrednosti vrtilnega momenta SMTM je samodržni vrtilni moment (ang. cogging torque). Samodržni vrtilni moment je vzrok neprijetne lastnosti, da ima SMTM končno število ravnovesnih leg rotorja tudi, ko motor ni napajen z električnim tokom. To povzroča velike težave pri majhnih vrtilnih hitrostih in tam, kjer se zahteva velika natančnost pozicioniranja rotorja. Čedalje pogosteje se srečujemo tudi z zahtevami po izjemno nizkih vrednostih samodržnega vrtilnega momenta med  $1\% \div 0.2\%$  nazivnega vrtilnega momenta motorja, kar je velik konstrukcijski in tehnološki izziv v velikoserijski proizvodnji.

V literaturi so poznane številne metode za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta, ki teoretično znižajo ali v nekaterih primerih celo odpravijo samodržni vrtilni moment ter hkrati zadostijo pogoju, da se srednja vrednost vrtilnega momenta minimalno zmanjša [1, 2, 3]. Poznane in uveljavljene metode za zniževanje samodržnega vrtilnega momenta pa pogosto v praksi na določenih topologijah SMTM ne delujejo po pričakovanjih ali celo povečajo samodržni vrtilni moment, kar je v nasprotju z želenim učinkom [4, 5].

Precizne laboratorijske meritve samodržnega vrtilnega momenta na izdelanih vzorcih mnogokrat pokažejo velike razlike med izračunanimi (simuliranimi) in izmerjenimi vrednostmi tako po velikosti kot po obliki in harmonski vsebini. Velike razlike med izmerjenimi vrednostmi samodržnega vrtilnega momenta nastajajo tudi med SMTM, izdelanimi v isti seriji, tako pri izdelavi vzorcev kot tudi pri izdelkih serijske proizvodnje. Vzroke za to je treba iskati v dejstvu, da izdelani vzorci niso popolnoma enaki, saj so pri izdelavi prisotne tolerance in proizvodne netočnosti.

## 2 Samodržni vrtilni moment

Samodržni vrtilni moment  $M_S$  nastane zaradi spremembe energije magnetnega polja trajnih magnetov (TM) v motorju ob spremembi kota zasuka rotorja  $\alpha = \omega \cdot t$  [1, 2, 3, 4]. Značilna je njegova periodična narava in je v večini primerov posledica interakcije med magnetnim poljem TM in zobni satorja. Ker na vsebnost **harmonskih komponent samodržnega vrtilnega momenta (HK)** vpliva več dejavnikov (predvsem konstrukcija ter netočnosti v izdelavi in materialu), je le-te za natančno analizo treba obravnavati ločeno glede na vir nastanka:

- **Naravne harmonske komponente samodržnega vrtilnega momenta (NHK)** so v motorjih s TM vedno prisotne, tudi v idealno izdelanih strojih in simulacijskih izračunih. Na njihovo izraženost vplivata predvsem izbrana kombinacija in oblika statorskih zob in rotorskih magnetnih polov [1]. **NHK** lahko učinkovito minimiziramo z ustreznimi konstrukcijskimi ukrepi za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  [1, 2, 4].
- **Dodatne harmonske komponente samodržnega vrtilnega momenta (DHK)** nastanejo le v primerih netočnosti pri izdelavi in/ali materialu in jih idealen stroj ne vsebuje. So pa seveda realnost v velikoserijski proizvodnji in vzroke za nastanke **DHK** je treba natančno proučiti, da lahko njihov vpliv minimiziramo [4, 5].

Harmonske komponente samodržnega vrtilnega momenta so gledano v frekvenčnem prostoru sestavljene iz seštevka

$$\mathbf{HK} = \mathbf{NHK} + \mathbf{DHK}, \quad (1)$$

kjer z **NHK** in **DHK** poimenujemo polji spremenljivk

$$\mathbf{NHK} (A_{NHK i}, N_{NHK i}, \varphi_{NHK i}), \quad (2)$$

$$\mathbf{DHK} (A_{DHK i}, N_{DHK i}, \varphi_{DHK i}), \quad (3)$$

ki jih sestavljajo naslednje komponente: amplitudna vrednost  $A$ , red oziroma število ponovitev v enem vrtljaju rotorja  $N$  ter fazni kot  $\varphi$ , pri čemer je  $i = 1, 2, 3, \dots$  celoštevilčni števec.

Samodržni vrtilni moment  $M_S$  je sestavljen iz dveh komponent

$$M_S(\alpha) = M_N(\alpha) + M_D(\alpha), \quad (4)$$

kjer  $M_N$  nastopa kot prispevek **NHK** transformiranih iz frekvenčnega v časovni prostor na podlagi izraza

$$M_N(\alpha) = \sum_{i=1}^{\infty} A_{NHK i} \cdot \sin(N_{NHK i} \cdot \alpha + \varphi_{NHK i}) \quad (5)$$

ter  $M_D$  kot prispevek **DHK**, transformiranih iz frekvenčnega v časovni prostor

$$M_D(\alpha) = \sum_{i=1}^{\infty} A_{DHK i} \cdot \sin(N_{DHK i} \cdot \alpha + \varphi_{DHK i}). \quad (6)$$

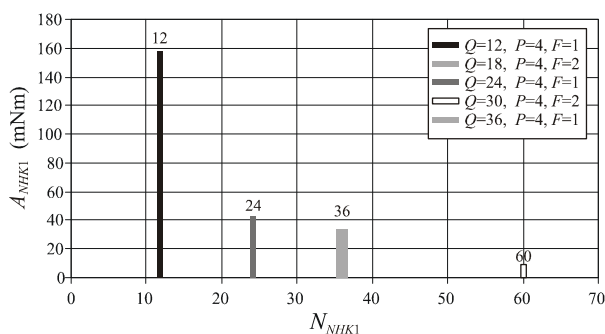
Za rotacijske sinhronske motorje s simetrično razporejenimi TM na rotorju in idealnim statorskim paketom iz neorientiranega feromagnetnega materiala izračunamo  $N_{NHK i}$  kot

$$N_{NHK i} = \text{NSV}(Q, P) \cdot i, \quad (7)$$

kjer NSV pomeni najmanjši skupni večkratnik med številom statorskih zob  $Q$  in številom magnetnih polov  $P$  na rotorju, ter  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Vrednosti amplitud  $A_{NHK i}$  in faznih kotov  $\varphi_{NHK i}$  so izračunane z metodo končnih elementov (MKE) in so povezane z obliko

statorskih zob in TM ter orientacijo magnetnega polja TM.

Vrednost  $N_{NHK1}$  izraža, ali so posamezni elementarni prispevki samodržnega vrtilnega momenta robov trajnih magnetov med seboj v fazi. V primerih, ko je  $N_{NHK1}$  majhen, elementarni prispevki samodržnega vrtilnega momenta robov nastanejo pri istem kotu rotorja  $\alpha$  in se med seboj združijo (seštejejo) v velik samodržni vrtilni moment  $M_S$ . Upadanje vrednosti  $A_{NHK1}$  (amplituda  $M_N$ ) z višanjem reda  $N_{NHK1}$  prikazuje slika 1.



Slika 1: Izračunane amplitude  $A_{NHK1}$  v odvisnosti od reda  $N_{NHK1}$  za  $P = 4$  in  $Q = 12, 18, 24, 30, 36$

Figure 1. Calculated  $A_{NHK1}$  related to  $N_{NHK1}$  for a selected model  $P = 4$  and  $Q = 12, 18, 24, 30, 36$ .

Vpeljemo novo spremenljivko  $F$ , ki pomeni občutljivost konstrukcije SMTM na pojav **DHK** in je definirana kot razmerje med  $N_{NHK1}$  in številom statorskih zob  $Q$ .

$$F = \frac{N_{NHK1}}{Q} \quad (8)$$

Z vidika ukrepov za zmanjšanje vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  so teoretično gledano motorji z višjo vrednostjo  $N_{NHK1}$  in  $F$  primernejši za gradnjo, saj imajo že v osnovi manjšo  $A_{NHK1}$  (slika 1). Na podlagi številnih izračunov in laboratorijskih meritev na različnih kombinacijah  $P$  in  $Q$ , lahko konstrukcije SMTM glede na parameter  $F$  razdelimo v dve skupini:

- Za motorje, ki imajo vrednost  $F = 1$ , je značilna velika  $A_{NHK1}$  in majhna občutljivost na pojav **DHK** (tabela 1, vrstice 1, 3, 5).
- Konstrukcije motorjev z  $F > 1$  so zelo privlačne zaradi majhne  $A_{NHK1}$ , vendar postajajo z večanjem  $F$  ob prisotnosti proizvodnih netočnosti čedalje bolj izrazite **DHK**, ki povzročajo težave pri zniževanju samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  (tabela 1, vrstici 2 in 4).

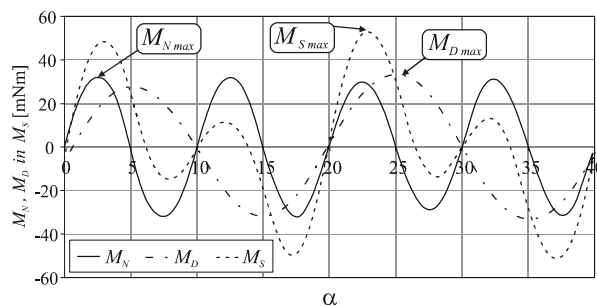
Skladno z enačbo (5) so izračunane vrednosti **NHK** za primer simetričnega SMTM transformirane v časovni prostor. Amplitudne vrednosti signala  $M_{Nmax}$  so prikazane v tabeli 1 v stolpcu 5 in na sliki 2.

Dodatne harmonske komponente **DHK** so izračunane s pomočjo simulacijskih modelov SMTM, ki omogočajo modeliranje odstopanj od idealne konstrukcije. Pri vseh modelih so bile upoštevane enake nesimetrije na statorju in rotorju. Zaradi lažje primerjave so **DHK** transformirane v časovni prostor s pomočjo enačbe (6). Amplitudne vrednosti signala  $M_{Dmax}$  so prikazane v tabeli 1 v stolpcu 6 in na sliki 2. Primerjava amplitudnih vrednosti  $M_{Dmax}$  in  $M_{Nmax}$  (tabela 1, stolpec 7) pokaže visoko občutljivost na pojav **DHK** v primerih, ko je  $F > 1$ , saj je prispevek **DHK** celo večji od prispevka **NHK**.

Tabela 1: Izračunane vrednosti  $N_{NHK1}$ ,  $F$ ,  $M_{Nmax}$ ,  $M_{Dmax}$  za konstrukcije SMTM z  $P = 4$  in  $Q = 12, 18, 24, 30, 36$

Table 1. Calculated parameters  $N_{NHK1}$ ,  $F$ ,  $M_{Nmax}$ ,  $M_{Dmax}$ , for a selected model of  $P = 4$  and  $Q = 12, 18, 24, 30, 36$

$P$	$Q$	$N_{NHK1}$	$F$	$M_{Nmax}$ [mNm]	$M_{Dmax}$ [mNm]	$M_{Dmax} / M_{Nmax}$ [%]
4	12	12	1	156	1	0.6
4	18	36	2	32	34	106
4	24	24	1	43	2	4.6
4	30	60	2	10	14	140
4	36	36	1	35	1	2.8



Slika 2: Izračunani signali  $M_N$ ,  $M_D$  in  $M_S$  za model  $P = 4$  in  $Q = 18$

Figure 2. Calculated signals  $M_N$ ,  $M_D$  and  $M_S$  for a model  $P = 4$  in  $Q = 18$ .

### 3 Dodatne harmonske komponente samodržnega vrtilnega momenta

Matematični modeli SMTM za določitev obratovalnih karakteristik s pomočjo računalniških simulacij navadno upoštevajo statorski paket s simetrično razporejenimi zobmi, rotorjem, nameščenim natančno v središču modela, TM so enakomerno razporejeni po jarmu rotorja ter so enakih dimenzij in oblike. Med izdelavo električnih strojev pa so realno prisotne tehnološke omejitve, tolerance, nesimetrije, gradniki niso povsem enaki, ne smemo zanemariti tudi naključnih napak, kot npr. poškodbe statorskih zob (zviti statorski zobje v procesu izdelave navitja) ali poškodbe na TM.

Na podlagi MKE smo razvili parametrični model SMTM, ki s spreminjanjem  $P$ ,  $Q$  in drugih geometrijskih parametrov omogoča izračun samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$ . Za študij vpliva napak, ki nastajajo v velikoserijski proizvodnji in so vzrok neželenih komponent **DHK**, smo model nadgradili in s spreminjanjem vrednosti za odmike od simetrije za naslednje parametre omogočili simulacijo poljubno nesimetričnega SMTM:

- zamikanje enega ali več izbranih statorskih zob,
- premikanje enega ali več izbranih TM,
- spreminjanje debeline enemu ali več izbranim TM,
- spreminjanje širine enemu ali več izbranim TM,
- vnos nehomogenosti materiala zaradi spajanja statorskega paketa.

Vse parametre je mogoče poljubno spreminjati in kombinirati ter tako opazovati intenzivnost medsebojnih vplivov na samodržni vrtilni moment  $M_S$ .

### 3.1 Nepravilnosti na statorskem paketu

Izdelava statorskih lamel poteka s postopkom štancanja mehkomagnetne neorientirane pločevine. Obstaja možnost, da orodje ni povsem simetrično izdelano ali se neenakomerno obrablja, kar vnaša nesimetrije v geometrijo lamele. Statorski paket se nato sestavi iz lamel, ki se spajajo s postopkom bradavičenja ali varjenja na zunanem obodu, s tem pa se vnašajo nehomogenosti v statorski jarem.

Proces vlaganja navitja v statorski paket poteka v več fazah, med katerimi je najbolj kritična oblikovanje statorskih glav, kjer nastajajo velike sile na statorske zobe. To lahko povzroči premaknitev nekaj statorskih zob iz simetrične lege. Premaknjeni ali zviti statorski zobje so vzrok, da pri vrtenju rotorja robovi TM ne prehajajo enako pod vsemi zobmi statorskega paketa, kar pripomore k nastanku **DHK<sub>zob</sub>**.

Na podlagi številnih računalniških simulacij na različnih modelih in obsežnih laboratorijskih meritvah na vzorcih iz proizvodnje vpeljemo izraz za  $N_{DHK\ zobi}$  zaradi premika statorskih zob v SMTM kot

$$N_{DHK\ zobi} = P \cdot i, \quad (9)$$

kjer je  $P$  število magnetnih polov na rotorju in  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Amplitudne vrednosti  $A_{DHK\ zobi}$  in fazni koti  $\varphi_{DHK\ zobi}$  so odvisni od razporeditve in premaknitve statorskih zob in jih izračunamo z MKE.

Simetrično razporejeni dodatki za spajanje statorskega paketa (bradavičenje, varjenje) tudi prispevajo dodatne harmonske komponente, ki jih označimo **DHK<sub>spoj</sub>**. Red  $N_{DHK\ spoj}$  izračunamo kot

$$N_{DHK\ spoj\ i} = NSV(E, P) \cdot i, \quad (10)$$

kjer NSV pomeni najmanjši skupni večkratnik med številom simetrično razporejenih dodatkov za spajanje statorskega paketa  $E$  in številom magnetnih polov  $P$ , za  $i$  pa velja  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Amplitudne vrednosti  $A_{DHK\ spoj\ i}$  in fazni koti  $\varphi_{DHK\ spoj\ i}$  so odvisni od velikosti in

razporeditve dodatkov za spajanje statorskega paketa in jih izračunamo z MKE.

Skupne **DHK<sub>stat</sub>** zaradi napak pozicije statorskih zob in dodatkov za spajanje statorskega paketa dobimo s seštevkom obeh

$$\mathbf{DHK}_{stat} = \mathbf{DHK}_{zob} + \mathbf{DHK}_{spoj}. \quad (11)$$

### 3.2 Nepravilnosti na rotorju

V simulacijskih modelih so TM ponavadi enakih dimenzij in razporejeni ekvidistančno po obodu rotorja. V proizvodnji se TM pozicionira in lepi na jedro rotorja in dejstvo, da TM med seboj niso popolnoma enakih dimenzij, še dodatno otežuje simetrično pozicioniranje TM na jarem rotorja.

Nenatančna pozicija, različne širine in debeline TM nalepljenih na jarem rotorja povzročijo, da pri vrtenju rotorja robovi TM ne prehajajo enako pod vsemi zobmi statorskega paketa in s tem povzročajo komponente **DHK<sub>rot</sub>**. Številne računalniške simulacije na različnih modelih in laboratorijske meritve na vzorcih iz serijske proizvodnje potrjujejo izraz za red **DHK<sub>rot</sub>**

$$N_{DHK\ rot\ i} = Q \cdot i, \quad (12)$$

kjer je  $Q$  število statorskih zob in  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Amplitudne vrednosti  $A_{DHK\ rot\ i}$  in fazni koti  $\varphi_{DHK\ rot\ i}$  so odvisni od razporeditve in velikosti (izraženosti) nepravilnosti. V določenih kombinacijah razporeditve nepravilnosti se zgodi, da posamezne nepravilnosti nič ne pripomorejo k **DHK<sub>rot</sub>**, saj se njihov vpliv lahko med seboj tudi kompenzira oziroma izniči [5].

Pravo informacijo o velikosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  dobimo le, ko v izračunih obravnavamo realen model SMTM, kjer upoštevamo prispevke **NHK**, ki so prisotne zaradi konstrukcije ter celotne **DHK**, ki nastanejo zaradi netočnosti izdelave

$$\mathbf{DHK} = \mathbf{DHK}_{stat} + \mathbf{DHK}_{rot}, \quad (13)$$

$$\mathbf{HK} = \mathbf{NHK} + \mathbf{DHK}_{stat} + \mathbf{DHK}_{rot}. \quad (14)$$

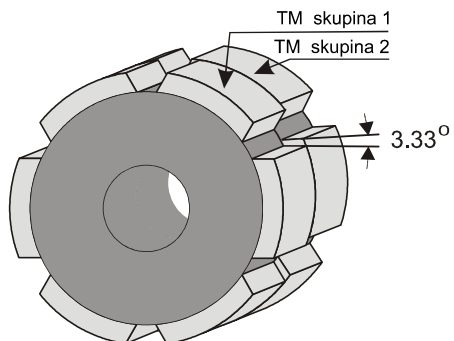
Ko ta zapis iz frekvenčnega prostora pretvorimo nazaj v periodično funkcijo glede na kot zasuka rotorja  $\alpha$ , velja

$$M_S(\alpha) = M_N(\alpha) + M_{stat}(\alpha) + M_{rot}(\alpha). \quad (15)$$

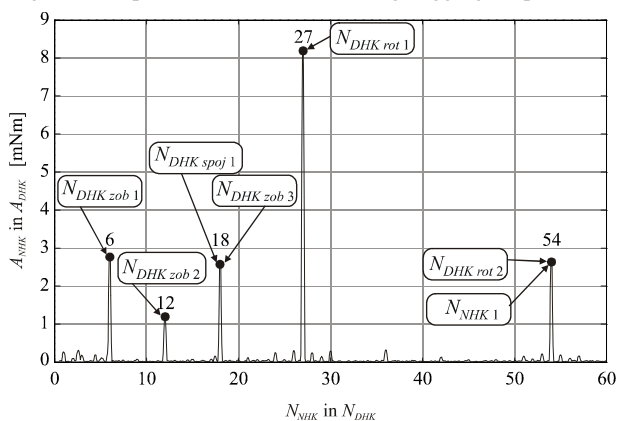
## 4 Analiza merjenja na vzorcih SMTM

Obravnavani SMTM s  $P = 6$ ,  $Q = 27$ ,  $F = 2$ ,  $E = 9$  se izdeluje v velikoserijski proizvodnji z zahtevo po vrednosti samodržnega vrtilnega momenta manj kot 6 mNm. Simulacijski izračuni z metodo MKE za idealno simetričen model SMTM pokažejo, da je  $N_{NHK1} = 54$  z amplitudno vrednostjo  $A_{NHK1} = 11$  mNm. Za znižanje samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  je bila uporabljena metoda stopničaste premika dveh skupin TM za kot  $3.33^\circ$  (slika 3), ki v simulacijskih izračunih  $M_S$  popolnoma odpravi [1, 2, 3]. Po izdelavi prvih vzorcev se je pokazalo, da izmerjeni  $M_S$  močno odstopa

od izračunanih vrednosti, njegova analiza FFT pa pokaže poleg prisotnosti **NHK** tudi vsebnost **DHK** (slika 4).



Slika 3: Metoda stopničastega zamika TM za znižanje  $M_S$   
Figure 3. Step skew method for reducing cogging torque.



Slika 4: Analiza FFT izmerjenega samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$   
Figure 4. FFT analysis of measured cogging torque signal  $M_S$ .

#### 4.1 Nepravilnosti na statorskem paketu

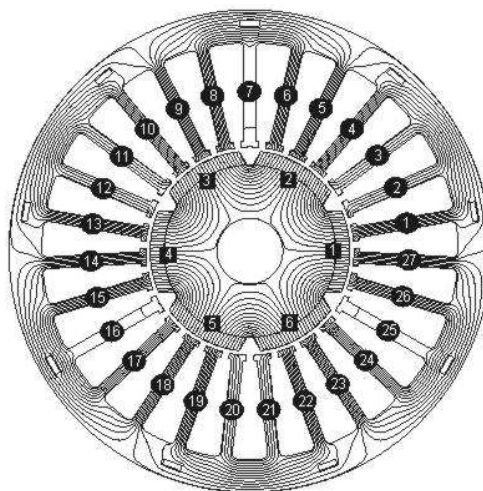
Značilnost konstrukcije obravnavanega SMTM so dolgi in tanki statorski zobje (slika 5). Pri izdelavi statorskega navitja prihaja do velikih sil na statorske zobe, kar ima lahko za posledico premaknitev dela statorskih zob iz simetrične lege. FFT analiza izmerjenega samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  pokaže prisotnost značilnih **DHK** z  $N_{DHK\ zob\ 1} = 6$ ,  $N_{DHK\ zob\ 2} = 12$  in  $N_{DHK\ zob\ 3} = 18$  (slika 4), ki so skladni z izrazom (9).

Za spajanje statorskega paketa je bila uporabljena metoda bradavičenja s številom bradavic  $E = 9$ , kar po izrazu (10) pomeni prisotnost  $N_{DHK\ spoj\ 1} = 18$  (slika 4).

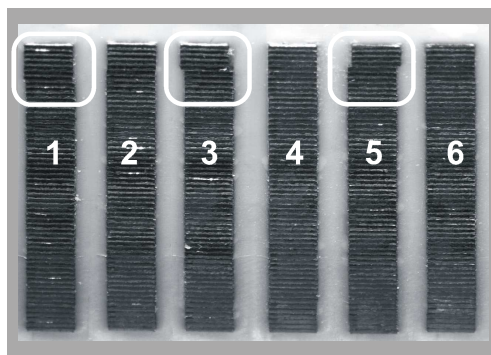
Prerez statorskega paketa je razkril, da so določeni zobje premaknjeni iz želene lege (slika 6). Premiki statorskih zob nastajajo pogosto na koncih statorskega paketa, saj so tam statorski zobje med kalibracijo statorskih glav najbolj obremenjeni. Opravljene meritve zamikov zob na mestih, označenih z belimi pravokotniki na sliki 6, so podane v tabeli 2. Vseh majhnih premikov statorskih zob v simulacijah nismo upoštevali, temveč le tiste bolj očitne.

Tabela 2: Izmerjeni zamiki statorskih zob od zelene pozicije  
Table 2. Measured stator teeth misplacements

Št. zoba	Zamik zoba [mm]	Št. poškodovanih statorskih lamel
1	-0.21	7
3	-0.32	5
5	+0.36	4



Slika 5: Obravnavani SMTM:  $P = 6$ ,  $Q = 27$ ,  $F = 2$ ,  $E = 9$   
Figure 5. Examined PMSM:  $P = 6$ ,  $Q = 27$ ,  $F = 2$ ,  $E = 9$ .



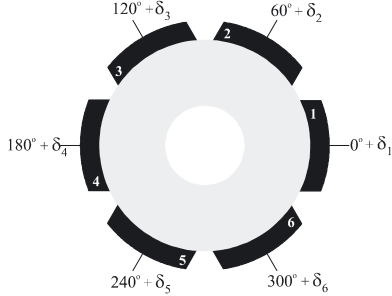
Slika 6: Premaknjeni zobje v statorskem paketu  
Figure 6. Stator lamination teeth misplacement.

#### 4.2 Nepravilnosti na rotorju

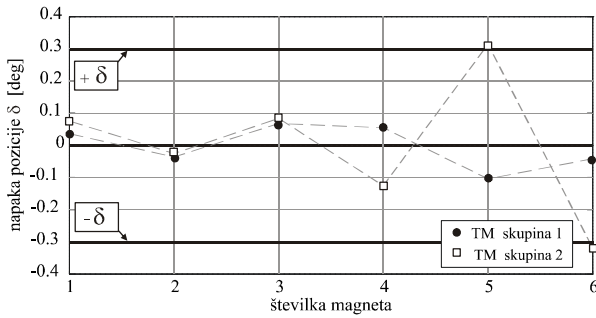
V simulacijskih modelih so ponavadi TM razporejeni ekvidistančno, kar za obravnavani SMTM pomeni, da mora biti kot med TM  $60^\circ$  (slika 7). Glede na dejstvo, da niso vsi TM popolnoma enakih dimenzij, jih je v praksi težko zalepiti z enakomernim medsebojnim razmikom. Dejanski odklik TM od ekvidistančne pozicije v modelu SMTM označimo z  $\delta$ .

FFT analiza izmerjenega signala samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  pokaže prisotnost značilnih **DHK** z  $N_{DHK\ rot\ 1} = 27$  in  $N_{DHK\ rot\ 2} = 54$  (slika 4), kar je v skladu z izrazom (12) in pomeni nepravilnosti pri lepljenju TM na jarem rotorja. Vzrok za  $N_{DHK\ rot\ 1} = 27$

lahko pripišemo napačni poziciji TM na rotorju, medtem ko je  $N_{DHK_{rot 2}} = 54$  posledica nepravilnega zamika med skupinama TM.



Slika 7: Model rotorja z možnostjo simulacije zamika TM  
Figure 7. Rotor model enabling PM misplacements simulation.



Slika 8: Izmerjen zamik TM od želene pozicije  
Figure 8. Measured PM positions on the rotor.

Slika 8 prikazuje dejanske pozicije TM na rotorju na podlagi opravljenih optičnih meritev na preizkušanjem vzorcu. Namestitvev TM v drugi skupini odstopa od predpisane tolerančne meje  $\pm 0.3$ , zlasti TM na pozicijah 5 in 6. Raziskave pokažejo, da določene kombinacije napačno pozicioniranih TM na jarmu ne pripomorejo bistveno k povečanju amplitude komponente reda  $N_{DHK_{rot 1}} = 27$ . Na podlagi primerjav med simulacijskimi izračuni in meritvami lahko zapišemo enačbo za izračun amplitudne vrednosti  $DHK_{rot}$  zaradi napačne pozicije TM kot

$$A_{DHK_{rot 1}} = k_{TM} \cdot \delta_{\Sigma} \quad (16)$$

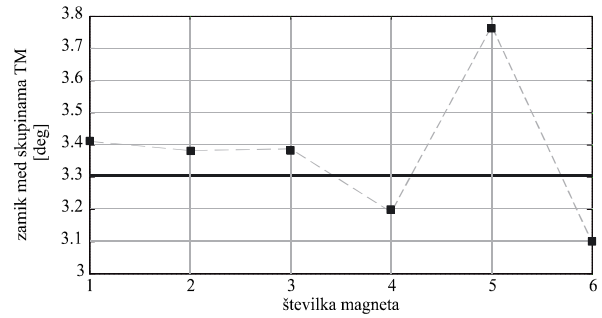
kjer je  $k_{TM}$  konstanta, ki jo določimo iz merilnih ali simulacijskih rezultatov,  $\delta_{\Sigma}$  pa pomeni skupno napako pozicije vseh TM na rotorju in ga izračunamo iz geometrijskih meritev napake pozicije TM kot

$$\delta_{\Sigma} = \sum_{n=1}^{P/2} (\delta_{2n-1} - \delta_{2n}) \quad (17)$$

Metoda omogoča ločevanje dobrih rotorjev od slabih s preprosto avtomatizirano meritvijo pozicije TM še pred vgradnjo rotorja v SMTM. Ker se določene kombinacije napak pri vgradnji TM na jarem rotorja

kompensirajo, na izraženost  $DHK_{rot}$  ne vpliva le absolutno število ugotovljenih napak, temveč tudi njihova relativna pozicija. Posledično je lahko zaradi tega tolerančno območje za pozicioniranje TM širše, kar je podrobno predstavljeno v [5].

Za znižanje samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$  je uporabljena metoda stopničastega zamika dveh skupin TM za kot  $3.33^\circ$  (slika 3), ki  $M_S$  v primeru, ko je SMTM simetričen ter brez napak v izdelavi in materialu, v simulacijskih izračunih popolnoma odpravi [1, 6]. Prisotnost  $N_{NHK 1} = 54$  in  $N_{DHK_{rot 2}} = 54$  nakazuje, da zamik med skupinama TM zaradi prisotnih toleranc in napak pozicije  $\delta$  ni natančno  $3.33^\circ$ . Meritve, predstavljene na sliki 9, to dejansko potrjujejo. Največja napaka zamika med skupinama TM nastopi pri TM z oznakama 5 in 6.



Slika 9: Izmerjen zamik med skupinama TM  
Figure 9. Measured step skew PM position on the rotor.

## 5 Primerjava izmerjenih in izračunanih vrednosti $M_S$

Na podlagi MKE razvit simulacijski model SMTM omogoča upoštevanje vseh izmerjenih netočnosti in napak, ki lahko nastanejo pri izdelavi v velikoserijski proizvodnji. Izmerjene in izračunane  $DHK$  (tabela 3) so v skladu z zapisanimi izrazi (9)–(12).

Izračunane amplitudne vrednosti  $A_{DHK}$  dodatnih harmonskih komponent reda  $N_{DHK_{zob 1}} = 6$ ,  $N_{DHK_{zob 2}} = 12$  in  $N_{DHK_{zob 3}} = 18$  so posledica napak na statorskih zobeh (slika 6) in se od izmerjenih razlikujejo za 20 % do 44 % (tabela 3, stolpec 4, vrstica 1–3). Vzroke za tako veliko razliko kaže iskati v dejstvu, da v simulacijskem modelu MKE nismo zajeli vseh napak pozicije statorskih zob, temveč samo najbolj izrazite.

Netočnosti pozicije TM na rotorju (sliki 8 in 9) povzročijo nastanek  $N_{DHK_{rot 1}} = 27$  in  $N_{DHK_{rot 2}} = 54$ . Primerjava med izračunanimi in izmerjenimi amplitudnimi vrednostmi  $A_{DHK}$  za  $N_{DHK_{rot 1}} = 27$  pokaže odstopanje za 3.6 %, medtem ko za  $N_{DHK_{rot 2}} = 54$  odstopanje 14.7 % (tabela 3, stolpec 4, vrstica 4–5). Ti rezultati se z meritvami bolj ujemajo, saj so bili tudi vhodni podatki za simulacijski model natančnejše podani.

Tabela 3: Izmerjene in izračunane vrednosti  $A_{DHK}$   
 Table 3: Measured and calculated values of  $A_{DHK}$

$N_{DHK}$		Izmer. $A_{DHK}$ [mNm]	Izrač. $A_{DHK}$ [mNm]	Izmer./ Izrač. [%]
$N_{DHK\ zob\ 1}$	6	2.77	1.93	-43.6%
$N_{DHK\ zob\ 2}$	12	1.20	0.90	-33.3%
$N_{DHK\ zob\ 3}$	18	2.58	3.25	+20.7%
$N_{DHK\ rot\ 1}$	27	8.19	8.5	+3.6%
$N_{DHK\ rot\ 2}$	54	2.64	2.3	-14.7%

## 6 Sklep

Na podlagi številnih simulacijskih izračunov s pomočjo parametričnega FEM modela in laboratorijskih meritev na različnih topologijah SMTM lahko povzamemo, da nesimetrije, ki so posledica proizvodnih netočnosti, toleranc ali nehomogenosti v materialih, povzročajo nastanek dodatnih harmonskih komponent samodržnega vrtilnega momenta  $M_S$ , ki so predstavljene v polju spremenljivk **DHK**. Teoretična definicija nastanka **DHK**, zapisana v izrazih (9)–(17), omogoča brez uporabe kompleksnih parametričnih modelov FEM in časovno potratnih poglobljenih analiz določiti, katere **DHK** bodo prisotne pri izbrani konstrukciji SMTM. S tem je načrtovalcem električnih strojev olajšana izbira primerne topologije stroja in metode za znižanje samodržnega vrtilnega momenta ob upoštevanju realno prisotnih **DHK**.

Predstavljeni parameter  $F$  ima zelo pomembno vlogo pri nastanku in izraženosti **DHK**. Konstrukcije SMTM, ki imajo  $F > 1$ , so zelo privlačne zaradi majhne amplitudne vrednosti in visokega reda **NHK**. V nekaterih primerih teoretično sploh ni potrebe po ukrepih za zmanjševanje samodržnega vrtilnega momenta. Večji ko je  $F$ , bolj prihaja do izraza ta pozitivna lastnost, po drugi strani pa v takih SMTM nastajajo **DHK**, ki so z večanjem vrednosti  $F$  čedalje izrazitejše in moteče.

Z analizo vpliva proizvodnih toleranc na amplitudo **DHK** je mogoče razviti robusten SMTM, primeren za velikoserijsko proizvodnjo. S preprostimi meritvami geometrije sestavnih delov SMTM je mogoče vnaprej napovedati velikost samodržnega vrtilnega momenta, ki ga bo vseboval končni izdelek. To omogoča že v zgodnji fazi izdelave zanesljivejše in učinkovitejše ločevanje dobrih motorjev, ki bodo izpolnili zahteve naročnikov.

## 7 Literatura

[1] A. Černigoj, R. Fišer, Konstruktivski ukrepi za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta sinhronskega motorja s trajnimi magneti, *Elektrotehniški vestnik*, Vol. 74, No. 4, str. 207–212, 2007.

[2] N. Bianchi, S. Bolognani, Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface-Mounted PM Motors, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 38, No. 5, pp. 1259–1265, Sept/Oct 2002.

[3] Z. Q. Zhu and D. Howe, Influence of Design Parameters on Cogging Torque in Permanent Magnet Machines, *IEEE Trans. Energy Conversion*, Vol. 15, No. 4, pp. 407–412, Dec. 2000.

[4] S. Islam, S. Mir, T. Sebastian, Issues in Reducing the Cogging Torque of Mass-Produced Permanent-Magnet Brushless CD Motor, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 40, No. 3, pp. 813–820, May/June 2004.

[5] L. Gašparin, A. Černigoj, S. Markič, R. Fišer, FEM Calculation of Additional Cogging Torque Components in Permanent Magnet Motors, 13<sup>th</sup> International Symposium on Electromagnetic Fields, *Proceedings ISEF 2007 CD-ROM*, Prague, Czech Republic, 13–15 Sept 2007.

[6] D. M. Ionel, S. M. Popescu, M. I. McGilp, T. J. E. Miller, and S. J. Dellinger, Assessment of Torque Components in Brushless Permanent-Magnet Machines Through Numerical Analysis of the Electromagnetic Field, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 41, No. 5, pp. 1149–1158, Sept./Oct. 2005.

**Lovrenc Gašparin** je diplomiral leta 2000 in magistriral leta 2003 na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani. Od leta 2001 je zaposlen na Inštitutu za električne rotacijske sisteme v Iskri Avtoelektriki, d.d., kjer se ukvarja z modeliranjem in konstrukcijo električnih strojev.

**Rastko Fišer** je diplomiral leta 1984, magistriral leta 1989 in doktoriral leta 1998 na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani, kjer je tudi zaposlen kot docent. Predava predmete s področja električnih pogonov in močnostne elektronike ter je predstojnik Laboratorija za elektromotorske pogone. Leta 1999 je za doktorsko disertacijo prejel nagrado dr. Vratislava Bedjaniča. Njegovo raziskovalno delo je povezano z modeliranjem rotacijskih in linearnih električnih motorjev, načrtovanjem elektromotorskih pogonov ter novimi pristopi na področju nadzora stanja in diagnostike rotacijskih strojev. Rastko Fišer je član IEEE in SLOSIM.